INSTITUTIONES PHILOSOPHICAE AD STUDIA THEOLOGICA POTISSIMUM...



INSTITUTIONES PHILOSOPHICÆ
AD STUDIA THEOLOGICA POTISSIMUM ACCOMMODATÆ

AUCTORE

FRANCISCO JACQUIER

EX MINIMORUM FAMILIA

PRIMARIARUM PER EUROPAM ACADEMIARUM SOCIO,

IN LYCEO ROMANO, ET IN COLLEGIO URBANO DE PROPAGANDA FIDE PROFESSORE.

TOMUS QUARTUS,

Quo Phisicæ Pars Prima, sive Physica Generalis continetur.

EDITIO NOVISSIMA

Ab Auctore ipso recognita pluribusque in locis locupletata.



VENETIIS MDCCLXVII.

SIMONIS OCCHI CURIS,

Superiorum permissu, ac Privilegio.



AUCTOR LECTORI.

AD eam tandem pervenimus Philoſophiæ partem, quæ *Phyſica*, ſeu *Scientia naturæ* appellatur, præſtantiſſimam ſane diſciplinam. De hoc præclariſſimo ſtudio duas invenio omnino quidem injuſtas hominum opiniones. Alii huic ſtudio unice addicti, totique, ut ita dicam, mancipati, in aliis diſciplinis haud ſupra vulgus ſapiunt, hanc ſolam, quam profitentur, & amant, ſcientiam ſummopere prædicant, cunctaque præterea doctrinæ genera faſtidioſe contemnunt. Alii Phyſices ſtudium tanquam incertum, & inutile arrogantius, & temere traducunt, imo velut prophanum proſcribunt, & Eccleſiaſticis viris vix concedendum. Primam opinionem, quæ quidem error eſt peniciosiſſimus, neceſſe non eſt, ut fuſius refellam. Et certe nemo neſcit, ad tria capita generatim revocari omnes, quantum patent, humanas cognitiones. Dei enim, & animæ noſtræ contemplatione, atque corporum, ſive naturæ obſervatione ſtudia omnia noſtra continentur. Quod Dei contemplationem ſpectat, ſacram ſcilicet Theologiam, ecquis æquus rerum æſtimator divinam hanc ſcientiam, ſcientiarum omnium Reginam, & Magiſtram cæteris omnibus diſciplinis infinita laude non anteponet? Ecquis etiam, niſi perditiſſimus homo, in cælum non feret ſanctiorem illam diſciplinam, quæ circa nosmetipſos verſatur, quæ de moribus agit, quæ certiori, caſtiorique doctrina præclaris virtutibus animum excolit, atque ad honeſtatis, ad officii, ad religionis amorem traducit?

Hæc quidem duo ſunt divina omnino, & omnium longe utiliſſima ſtudia, quibus ad puriſſimum omnis veritatis, ſcientiarumque o-

mnium fontem D.O.M., & rerum majestate, & morum sanctitate propius accedere docemur, quoad humani generis patitur imbecillitas.

Nec tamen sua dignitate, & utilitate defraudari debet vera, & solida Physicæ ratio, in qua non infinitæ de voculis, atque nugis controversiæ disceptantur, sed, ut paucis multa complectar, quæ cælo, terra, marique geri, atque administrari videmus, quantum pro ingenii nostri mediocritate licet, explicantur. Neque hæc nuda, & simplici mentis contemplatione, aut conjecturis innixa, sed accurata ratiocinatione, & captis sæpius experimentis demonstrata. Fructuosissimam esse accuratiorem hanc naturæ considerationem, eamque ad omnipotentis, ac perfectissimi auctoris cognitionem nos evehere, & ad divinas laudes excitare, si quis negaverit, is statim ex S. Scripturæ auctoritate refelletur, atque hanc Isaiæ reprehensionem audire merebitur cap. v. vers. 12. *Opus Domini non respicitis, nec opera manuum ejus consideratis*. Verum qui In contemplandis divinis operibus nullum tempus, nullam attentionem collocat; is sane Physicæ pretium omnino ignorat, divinorumque operum gloriam, & majestatem obscurius intuetur; atque ea de causa fit, ut aliqui rerum Physicarum nihil, aut parum studiosi alias quidem Philosophiæ partes commendent, Physicam autem aspernentur, in quo quidem non mediocriter peccare videntur. Quam autem sinistra sit, & temere concepta hæc opinio, ex ipsa rerum explicandarum serie melius quam sermone ullo licebit intelligere; interim tamen singula harum Institutionum capita percurrere, & doctrinæ utilitatem breviter, & digito, ut ita dicam, commonstrare non abs te erit.

Ab *extensione*, & *impenetrabilitate* Physices generalis initium facere solent plerique hujus disciplinæ magistri; Ego autem ab hac vulgari consuetudine aliquantulum deflectens, universales corporum vires, seu potius effectus primum explicabo, & vocabulorum, quibus nulla vis, nulla notio persæpe subjecta est, ambiguitatem omnem clara, nitidaque definitione amoveri curabo diligenter. Itaque vim *inertiæ*, vires *centripetas*, & *centrifugas*, *gravitatem*, & *attractionem* accurate considerabo, utilissimum sane argumentum,quo cuncta prorsus naturæ effecta continentur. Hinc doctrinæ ordo postulat, ut effectus ipsos inde oriundos, æquilibrii scilicet, variorumque motuum leges contemplemur. Ex his tandem veludi gradibus deducimur ad universales corporum proprietates, quæ Physicæ generalis meta sunt, ac terminus. Maxima sane voluptate afficientur adolescentum animi, quum tot admiranda acutissimorum hominum inventa cognoscent, quibus Physica maximum cæpit incrementum, & quamplurima ad usus vitæ excogitata. Hæc autem tot, tantaque commoda fusius declarare supervacaneum est; singulis enim capitibus sua adjungitur appendix, in qua uno veluti intuitu observare licebit, non quidem utilitates omnes, sunt enim innumerabiles, sed aliquas tantum, atque etiam in rebus Theologicis, quem quidem usum vix suspicantur aliqui. Hanc vero tradendæ Physicæ rationem nemo, ut puto, improbabit; cum præclarissimi studii amorem studiosæ juventuti instillare possit, quantum unicuique pro vivendi instituto, & ratione licet; sua enim sunt diversis vitæ conditionibus officia, quibus deesse nefas.

Universalibus corporum proprietatibus in

Physica generali explicatis, jam progrediendum est ad Physicam particularem, in qua varia specierum individua observantur; variæque species considerantur. Latissime quidem patet Physicæ particularis amplitudo, naturamque omnem amplectitur; sed tot, tantaque scire datum non est mortalibus; in tam immensa rerum varietate Physicis pauca, ut ita dicam, delibare licet. A corporum *fluiditate* Physices particularis sumam exordium; corporum fluidorum *pressionem*, *motum*, *resistentiam* explicabo. Ad fluida *elastica* deinde progressum faciam, *aerisque* proprietates considerabo. Jam rectus docendi ordo exigere videtur, ut *luminis* doctrinam, variasque affectiones statim subjungam. Ex his autem ad corpora *cælestia* assurgam, doctrinamque astronomicam, & varias illius partes sedulo explanare conabor. Neque prætermittam, quæ cum Astronomia necessario vinculo conjuncta sunt, *Chronologiæ*, & *Kalendarii* elementa, variasque *Cyclorum*, & *Periodorum* rationes accurate demonstrabo. Ita autem tellus nostra cum cælo colligata est, ut de *Geographia* sine Astronomiæ subsidio vix quidquam statui possit; itaque ex Astronomia ad Geographiam, &, ut ita dicam, e cælo in terram pedem referam. Igitur cum Astronomia stricte connecti debent Chronologia, & Geographia, quas Astronomiæ *filias* merito appellant aliqui. Explicata Geographia, suadet ipsa rerum naturæque series, ut corpora illa, quæ in Telluris superficie oculis nostris obversantur, primum consideremus; deinde vero ad ea, quæ in terræ gremio latent, descendamus. Quare de *animalibus*, *arboribus*, *plantis*, *metallis*, *fossilibus*, aliisque id genus plurimis distin-

ſtincte ſermo habebitur. Tandem quia ex ipſis terræ viſceribus perpetuo avolant plurima, magna quidem varietate, effluvia, quæ in aerem ſublata, varias conſtituunt phænomenon ſpecies; ea denique contemplabimur, quæ in aeris regione aguntur, *imbres* ſcilicet, *grandinem*, *nivem*, *ventum*, *tonitrum*, aliaque *meteora*, & Phyſicæ particulari, Deo juvante, finem imponemus. Singulorum capitum utilitatem ſuo loco opportune adjungemus, ut factum eſt in Phyſica generali. Interea tamen, ut alia plurima omittam hujus doctrinæ emolumenta, quæ omnibus obvia ſunt; unum hic attingere ſatis erit, quod noſtris auditoribus Theologiæ ſtudioſis maxime convenit, Aſtronomiæ, & Chronologiæ doctrinam cum Hiſtoria ſacra, & prophana conſociandam eſſe. Si quis in dubium vocaverit, excellentes de his rebus evolvat libros, ſuam in graviſſimis etiam, magnique momenti controverſiis, imperitiam, ſi ingenuus fuerit, fateri non dubitabit. Cæterum ex iis, quæ hactenus breviter attigi, ſatis intelligitur, quos mihi lectores velim; eos ſcilicet Arithmeticæ, & Geometriæ elementis probe imbutos eſſe oportet. Ut autem præ manibus ea omnia habeant, quæ ad noſtras Inſtitutiones ſunt neceſſaria, Arithmeticam, & Geometriam tali ſtudio adornavi, ut nihil nimis, & nihil minus, quam neceſſe ſit, contineant. Unum aliud a ſtudioſis adoleſcentibus maxime exoptarem, ut Arithmeticam, & Geometriam Logicæ etiam ſtudio præmitterent; etenim Arithmeticæ, & Geometriæ principia ob firmam & perpetuam veritatis poſſeſſionem aptiſſima ſunt ad mentis aciem ex-

expoliendam, Logicam naturalem perficiendam, rectamque methodum conciliandam.

Nec me reprehendat aliquis, quod hac nostra ætate, his cultioris, sublimiorisque Physices temporibus, minus difficiles Institutiones tradere, & proponere audeam. De me quidem modeste, ut par est, sentio, non tamen nimis demisse, quod quidem fictæ, & affectatæ, quam abhorreo, foret humilitatis. At in reconditiori Physica me omnino peregrinum, & hospitem non esse, demonstratum confido; & iis, quæ jam edidi operibus, & aliis, quæ apud me premo, possem confirmare. Verum doctos quidem se probant illi Physicæ magistri qui intricatissima Physices *Theoremata* Tyronibus explicare laborant: mea tamen sententia, rem faciunt non valde utilem; præsertim si frequentior sit auditorum numerus, & adolescentum mentes doctrinæ difficultate magis obruere, quam erudire videntur.

Sed quidquid sit de nostrarum Institutionum successu, meam saltem propensissimam voluntatem benigne excipiant studiosi adolescentes, quorum utilitati hunc meum qualemcumque laborem sincere, & ex animo consecravi. Porro ab iis hunc unum, solumque expetendum vehementer exopto operæ meæ fructum, ut nempe utilissimum studium alacriter suscipiant, non quidem ad gloriam, & doctrinæ ostentationem, sed ad tuendam, insinuamdamque Religionem. Neque tamen respuenda est doctrinæ fama, dummodo inde absit gloriæ, honorum, & lucri cupiditas. Persæpe enim feliciter contingit, ut vulgaris etiam, nec admodum sublimis rerum Physica-

rum

rum cognitio apud gentes minus cultas, nominis splendorem, atque auctoritatem conciliet. Hac fortunatissima oblata occasione utendum est, & de Religione sermones miscendi, hæ quidem honestæ sunt, & omnino licitæ artes; sed tamen præcedat morum, vitæque exemplar, atque enixe imploretur divinæ gratiæ auxilium; nam, ut ait S. Augustinus in epistola ad Sixtum: *Restat, ut ipsam fidem, unde omnis justitia sumit initium, non humano tribuamus arbitrio, nec ullis præcedentibus meritis ... sed gratuitum Dei donum esse, fateamur*.

Antequam ex hoc sermone ad Physicam transitum faciam, monendum superest, pro majori commoditate, modo telluris motum, modo quietem a me adhiberi. Cæterum me obedire profiteor Sanctæ Romanæ Ecclesiæ, quæ sapientissime omnino prohibuit, ne hypothesis Copernicana tanquam *Thesis* defenderetur.

APPROBATIO.

Reverendissimo Patri Thomæ Augustino Ricchinio Ordinis Prædicatorum Sacri Palatii Apostolici Magistro satisfacturus legi uti studiose, sic etiam libenter egregium opus, cujus hæc est inscriptio: *Institutiones Physicæ* &c. In eo autem nihil me testor, deprehendisse, quod Christianæ, Ortodoxæque Religionis decretis, rectæque morum institutioni minus esse consonum, videretur. Imo vero si non omnia ordine, accurate, graviter, dilucide denique, quod & auctori peculiare, in eo tradita me vidisse dicerem, certe mentirer. Id opus igitur, quod cum

ob seriem rerum, quas continet, universam, tum maxime ob corollaria, quæ in extremo quoque capite leguntur, non studiosis adolescentibus modo, sed etiam eorum Magistris utile imprimis prospicio futurum, dignum esse ajo, quod in lucem quamprimum prodeat.

Dabam Romæ ex Monasterio S. Mariæ Novæ die 27. Mense Augusto ann. 1760. D. ALOYSIUS STAMPA *Abbas Olivetanus, Promovendorum ad Episcopatum Examinator, & in Collegio Urbano de Propaganda Fide Studiorum Præfectus.*

I N D E X.

PROOEMIUM.

CONCL.

INSTITUTIONES PHYSICÆ.

IN UNIVERSAM PHYSICAM *PROŒMIUM.*

CAPUT PRIMUM.

De natura, & divisione Physices.

I. PHYSICA dicitur illa Philosophiæ pars, quæ corporis naturalis proprietates expendit. In hac autem definitione probe notari debent verba *corporis naturalis*, quæ quidem apposite omnino dicta fuere, ut quæstiones plurimæ, quæ in sacra Theologia opportunius tractantur, ad hanc divinam scientiam reserventur. Itaque quidquid in corporibus præter consuetum naturæ ordinem, & per miraculum contingit, Physicorum contemplationi, & disputationi subjacere non debet. Hinc Physica definiri etiam solet *Philosophia naturalis*, vel *scientia naturæ*.

II. Duplicis generis proprietates in corporibus generatim distinguuntur. Aliæ sunt proprietates omnibus corporibus communes, quæ nempe deprehenduntur in omnibus corporibus, quæ nostris experimentis, vel observationibus subjici possunt, atque ideo proprietates illæ dicuntur *universales*. Aliæ autem proprietates in certis dumtaxat corporum speciebus observantur. Rursus autem proprietates universales vel eædem in corpori-

bus perpetuo manent, vel per gradus crescunt, atque decrescunt, hoc est, ut loquuntur Scholastici: *Suscipunt magis, vel minus*. Ad primam proprietatum universalium classem pertinent *Extensio*, *impenetrabilitas*, *vis inertiæ*, *mobilitas*, *quietis*, & *figuræ possibilitas*, sive, ut vulgo dicitur, *quiescibilitas*, & *figurabilitas*. Ad secundam classem referuntur, *vis gravitatis*, & *vis attractionis*. Has enim vires juxta certam legem decrescere, demonstrabimus. Quod spectat proprietates speciales, eas scilicet, quæ certis dumtaxat corporibus conveniunt, has enumerare non licet; tot enim sunt, quot diversæ corporum species. Ad proprietatum illarum ordinem pertinent *fluiditas*, *elasticitas*, *pelluciditas* &c. Hic autem cavendum est, ne proprietates universales cum essentialibus confundantur; fieri enim potest, ut in corporibus certas perpetuo observemus qualitates, quæ tamen ad ipsam corporum essentiam non pertineant. Itaque monendi sunt studiosi adolescentes, ut corporum proprietates, illorumque effectus accurate contemplentur; quæstiones autem Scholasticas, quæ de proprietatibus essentialibus agitari solent, non multum curent; ex his enim nihil, vel parum utilitatis sperandum est; hujus moniti rationem explicavimus in Logica.

III. Pro duplici proprietatum genere duplex est Physicæ pars. Alia est Physica *generalis*, quæ universales corporum proprietates considerat: alia autem est Physica *particularis*, quæ certas dumtaxat corporum species expendit. Ex hac divisione patet, amplissimum esse Physicæ campum, & ad

omnes

omnes fere ſcientias naturales extendi. Quia vero tam multa ſcire datum non eſt mortalibus pro temporis brevitate, & humani ingenii limitatione, vaſtiſſimum illud argumentum intra juſtos limites coercere ſolent cultiores Phyſici. Itaque in Phyſica generali explicabimus univerſales corporum proprietates; deinde ad Phyſicam particularem gradum facientes, eas primum conſiderabimus præcipuas corporum ſpecies, quæ per experimenta nobis innoteſcunt, & tandem ad remotiora corpora aſſurgemus, quæ obſervationibus quidem, non autem experimentis ſubjici poſſunt. Sed hæc generatim dicta ſint de Phyſices diviſione, ſingula enim hujus diviſionis capita ſuo ordine deinde rurſus dividemus, & explicabimus.

IV. Phyſica ſive generalis, ſive particularis vel eſt *experimentalis*, vel *theoretica*. Phyſica experimentalis ea eſt, quæ corporum proprietates, & effectus experimentorum atque obſervationum ope oſtendit. Phyſica autem theoretica ea dicitur, quæ non ſolum experimenta, & obſervationes adhibet, ſed iis etiam ad inveniendos, vel explicandos naturæ effectus ratiocinando utitur. Probe autem diſtingui debent obſervationes, & experimenta; ſi nempe quidpiam attentius ſpeculamur, quod natura nulla vi artis coacta demonſtrat, ille ſpeculandi actus non *experimentum*, ſed *obſervatio* appellatur: contra autem phyſicum experimentum eſt tentamen, quo Artificis induſtria, atque opera exploratur, & ob oculos ponitur aliqua naturæ actio, quæ antea latebat, & lateret poſtea, niſi eadem a natura velut invita per artem exprimeretur; e. g. Cœlum

obducitur nubibus, nulla nostra opera interveniente. Si ergo nubes præsentes attente intuemur, Cœlum nubibus obductum *observare* dicimur; at si ope antliæ pneumaticæ ex globo metallico cavo aer educitur, ut deinde globus ad stateram appensus examinetur, *experimentum* facere dicimur. Quia vero *phænomenum* appellatur id omne, quod sensibus conspicuum est; patet experimentis, & observationibus commune esse phænomeni nomen.

V. Ex his intelligitur, quid inter Physicam pure experimentalem, & Physicam theoreticam intercedat; experimentum *ratio* non est, sed *factum*, & vi experientiæ tantummodo cognoscitur, effectum aliquem ita se habere; at per Physicam theoreticam non solum effectus causa explicatur, sed etiam veritates universales colliguntur, & in re aliqua data in quolibet simili casu conclusiones statuuntur. Itaque Physica experimentalis est Physica *factorum*, Physica autem theoretica est *factorum* explicatio. Hinc ut sua laus unicuique juste tribuatur, Physica mere experimentalis commendari quidem debet, sed manus magis, quam ingenii dexteritatem postulat; atque optandum maxime foret, ut qui manuum industria pollent, solam experientiam tractarent; alii vero qui meliori, nobiliorique sagacitate, ingenii scilicet, præditi sunt, partem theoreticam sibi assumerent: & ita conjunctis viribus ad Physices progressum conferrent.

VI. Quamvis Physica theoretica in effectibus explicandis occupata sit; cavere tamen maxime debent Physici, ne effectuum causas temerario proferant: igitur, ut totus

tus Physices scopus intelligatur, quid *causæ physicæ* vocabulo significari velim clare exponam. Deus est prima, & unica rerum omnium causa; verum antequam ad primam alicujus effectus causam perveniamus, plurimæ aliquando percurrendæ sunt intermediæ causæ, ita ut effectus alicujus causa non tam causa dici debeat, quam effectus alius, qui suam quoque habet causam, donec tandem perveniamus ad effectum, qui nullam agnoscat causam præter Deum, vel ipsam corporum naturam. Rem exemplo illustrabimus. Gravium descendentium legem accurate demonstrant Physici; hujus descensus causa est *gravitas*, quam velut effectum ex alia causa oriundum considerant plurimi Physici. Itaque licet corporum descensus proxima causa nota sit, gravitas nempe; ignota tamen est causa remota, sive causa gravitatis. Quare ut plurimum sistendum est in causis proximis, nec remotiores causæ afferri debent, nisi fuerint perspicue cognitæ; inde autem fit, ut in rebus physicis multa confusio persæpe oriatur. Quæ cum ita sint, jam evidens est, in Physica theoretica confidenter ostentandas non esse causas ultimas, sed satis esse proximas, vel remotas, quæ clare innotescere possunt; & quidem ulterior cognitio exiguæ admodum esset utilitatis. Si enim descensus leges demonstraverit Physicus, si effectus gravitatis æstimare, & ad calculum revocare noverit, eadem in humanam societatem redundat utilitas, etiamsi gravitatis causa nos lateat. Itaque probe tenendum est, eum esse debere melioris Physicæ scopum, ut nempe varii effectus probe observentur, accurate æstimentur, & ad no-

ſtram utilitatem transferantur. Ut autem hunc ſcopum pro mea tenuitate attingam, ſingulis Phyſices capitibus in varios articulos juxta methodi regulas opportune dividendis Appendicem adjungam de uniuſcujuſque capitis utilitate, vel in artibus, vel in aliis etiam diſciplinis.

CAPUT II.

De Regulis philoſophandi.

QUatuor primariis regulis comprehendi ſolet univerſa philoſophandi ratio, quas quidem regulas, utpote in rebus phyſicis utiliſſimas, fuſius explicabimus.

REGULA PRIMA.

Effectuum naturalium cauſæ non plures ſunt admittendæ, quam quæ & veræ ſunt, & effectibus explicandis ſufficiunt.

HÆC regula multas complectitur partes ſeorſim declarandas; & 1. quidem oportet cauſam eſſe veram, ideoque excludi debent non ſolum cauſæ commentitiæ, quas exiſtere repugnat, ſed etiam cauſæ mere poſſibiles; itaque ſatis non eſt, ut cauſa aliqua poſſit exiſtere, ſed etiam oportet, ut revera exiſtat. Licet igitur philoſophicarum hypotheſeon abſurditatem, & repugnantiam demonſtrare non poſſimus, ſi tamen nulla ratiocinatione, nullis experimentis, aut obſervationibus probari poſſint, eas e Phyſica longe exulare jubemus. Cæterum hanc primam regulæ partem ex aliis

ſe-

sequentibus regulis clarius licebit intelligere. 2. Oportet ut causa sufficiat, hoc est, singulis effectus explicandi partibus, & circumstantiis debet satisfacere; alioquin tota non haberetur effectus causa. 3. Tandem non plures admittendæ sunt causæ, quam quæ satis sunt; etenim receptum est in omnibus disciplinis principium: *Entia non sine necessitate esse multiplicanda; nec fieri debere per plura, quod potest fieri per pauciora*. Cæterum evidens est, huic regulæ præmittendam esse certissimam effectus cognitionem, nec aggrediendam esse, quod tamen persæpe fit, effectus alicujus explicationem, nisi effectum ipsum existere certo constiterit. Ita Plutarchus olim hanc sibi proposuerat quæstionem: *cur pulli equini, si a lupis fuerint insectati, velocius currere soleant*: variis explicationibus quæsitis veram tandem solutionem proponit: *Sed id*, inquit, *fortasse verum non est*.

REGULA SECUNDA.

Effectuum naturalium ejusdem generis eædem sunt causæ.

HÆc secunda regula, quæ *analogia naturæ* solet appellari, ex prima facile derivatur. Etenim per primam regulam, natura simplex est, & sibi semper consona, neque superfluis causis redundat. Porro effectus ejusdem generis, sive omnino similes, diversis causis tribui, naturæ simplicitati omnino repugnat. Ita gravium descensus in Europa, & America eidem causæ tribuendus est. Pari ratione cum in omnibus hominibus

nibus eadem respirationis instrumenta demonstrent observationes anatomicæ, eamdem esse in singulis respirandi causam, merito concludimus. Nulli exceptioni obnoxia esse potest hæc regula; quod autem incautos Philosophos in errorem aliquando inducat, id fit ex ipsius regulæ abusu; præcipiti nempe judicio persæpe credimus, similes esse effectus, qui tamen sunt inter se diversissimi. E. G. Venti præseferunt analogiam quamdam, ventosque singulos, tanquam effectus ejusdem generis facile sibi persuaderet, qui singulas circumstantias, variasque conditiones accurate non consideraret. Cavendum ergo est diligenter, ne ex characteribus mere externis de perfecta effectuum similitudine audacter pronuntiemus. Ita plantæ quædam lethales externam plantarum salubrium speciem imitantur, sed principio quodam interno, & non facile conspicuo inter se maxime differunt. Sæpe enim miramur improvisum alicujus causæ effectum, alium plane diversissimum expectantes. Hæc autem effectuum diversitas proculdubio tribui debet causarum varietati, & subtilissimæ conditioni nobis imperviæ. Itaque id summopere curandum est, ut nempe certo compertas habeamus omnes effectuum partes, conditionesque singulas; si autem eo pervenire liceat, jam regula extra omnem dubitationem posita est. Immerito igitur hujus regulæ vim enervare conantur aliqui Philosophi. Re quidem vera si de effectuum perfecta similitudine vel minimum supersit dubium, errori obnoxia esse potest analogiæ regula, atque in hoc casu certissima veritatis norma haberi non debet. Quamvis autem analogia de-

demonstrationis vim non semper obtineat, attamen tantam conciliat probabilitatem, ut non solum in rebus physicis, sed etiam in tota fere vivendi, agendique ratione sine stultitia rejici non possit: ita si domus hodie stet firmissima, crastina die sine ullo timore eamdem domum ingredi possum, si nullum appareat ruinæ indicium; quamvis tamen fieri possit, ut ob causam aliquam latentem præceps ruat ædificium. Huic regulæ innituntur pleræque hominum actiones. Etenim actiones suas secundum experientiam moderantur sapientes homines, in gravissimis negotiis experientia magistra utuntur, & quid agendum sit in casu singulari, judicant ex eo, quod factum fuit in alio casu præterito, cui præsens similis est, vel apparet. Manifestum autem est, hanc agendi rationem nihil aliud esse, nisi perpetuum hujus regulæ usum.

REGULA TERTIA.

Qualitates, quæ in omnibus corporibus, in quibus experimenta sumere licet, sine ullo eorumdem qualitatum incremento, vel decremento observantur, pro universalibus corporum qualitatibus haberi debent.

HÆC regula, qua universa Physica, tanquam fundamento innititur, ex analogia naturæ evidens est; at non sine maxima diligentia adhiberi debet. Et 1. quidem satis non est, experimenta in paucis corporibus haberi, sed in maximo corporum numero institui debent. Præterea etiam requiritur, ut qualitates illæ incerta lege non

augeantur, neque minuantur; qua enim ratione decrescerent, possent quoque minui in infinitum, atque tandem omnino evanescere. At si qualitates certa lege crescant; & decrescant, quales sunt gravitas, & attractio, jam qualitates illæ in omnibus corporibus observatæ pro universalibus corporum qualitatibus haberi debent, certis tamen gradibus crescentes, & decrescentes. Hinc patet, quodnam sit discrimen inter qualitates, quæ sine ulla lege augentur, atque minuuntur, & qualitates alias, quæ certa lege crescunt, atque decrescunt. E. G. Calor in certis gradibus crescit, atque decrescit; verum gravitas, & attractio, certa servant distantiarnm legem, quam deinde considerabimus . . . . 2. Inter proprietates universales aliæ distinguendæ sunt, quæ non solum per experimenta innotescunt, sed etiam ex ipsa corporis notione colliguntur; aliæ autem per sensus tantum, atque experimenta acquiruntur. Quod spectat primi generis qualitates, evidens est illas competere singulis corporibus, iis etiam, quæ sensuum potestatem, & vim omnem fugiunt. Quod autem attinet qualitates alias per sensus tantum acquisitas, haud pari jure ad corpora quælibet transferri possunt; quod quidem monitum volui, ut altercationes omnes philosophicas effugerem; in nostris enim institutionibus physicis nihil affirmare volo, nisi quod omnino negari non potest ab iis, qui rem probe tenent, atque intelligunt. Ita cum non desint Philosophi, qui simplicissima admittunt materiæ puncta, indivisibilia, inextensa, quæ omni carent figura; licet qualitates illas in omnibus

bus observemus corporibus, quæ sub sensus cadere possunt, minus tamen accurate easdem proprietates transferre liceret ad puncta materiæ, quæ sensuum nostrorum limites excedunt; nisi aliunde qualitates illæ ex ipsa corporis notione colligantur, metaphysicisque argumentis comprobentur. Sed hac de re fusius disserere ad præsentem locum non pertinet; interim monere satis sit, præsentem regulam eo, quem dixi, modo explicatam in dubium vocari non posse. Qua enim ratione adfirmamus extensa, gravia &c. esse corpora, quæ in terræ gremio alte delitescunt, nostrisque experimentis subjici non possunt, nisi vi hujus regulæ? Et certe non sine summa insipientia aliquis negaret universales corporum proprietates, nisi eas in corporibus singulis manibus tractasset, suisque experimentis comprobasset.

REGULA QUARTA.

In Philosophia experimentali propositiones ex phænomenis per inductionem collectæ, non obstantibus contrariis hypothesibus, pro veris aut accurate, aut quam proxime haberi debent; donec alia occurrant phænomena, per quæ aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxiæ.

HAC ultima philosophandi regula statuitur, hypothesibus quibuscumque anteponendas esse propositiones ex observationibus, & experimentis collectas. Et quidem cum hypotheses mera sint ingenii figmenta, evidens est, propositiones, quæ aliqua observationum, vel experimentorum auctoritate

nituntur, præferendas esse puris hypothesibus, quæ nullam habent nisi ipsius ingenii fingentis auctoritatem. Ex hac ratiocinatione manifestum etiam est, inductionibus, quæ ex phænomenis derivantur, justam probabilitatem tribuendam esse; eo scilicet accuratior censeri debet inductio, quo plura sunt phænomena, quibus satisfacit; si consentiat cum plurimis, habenda est quam proxime vera; si cum omnibus, vera est accurate; si autem contraria occurrant phænomena, restringi debet inductionis veritas. Ad hanc regulam referuntur ea omnia, quæ de opinionum probabilitate, & hypotheseon usu explicavimus in Logica; quare non est, quod hujus regulæ explicationi diutius immoremur.

PARS

PARS PRIMA PHYSICES, SEU PHYSICA GENERALIS.

SECTIO I.

De universalibus corporum viribus.

AB extensione, & impenetrabilitate Physices initium sumere solent plerique Philosophi. At cum virium doctrina ad universales alias corporum proprietates detegendas, atque explicandas breviorem, tutioremque viam aperire videatur, a vulgari Physicæ tradendæ methodo mihi deflectendum esse existimavi. Hic autem de viribus rursus monendum est, quod de causis jam diximus, nempe *vis* nomine, nihil aliud intelligimus, nisi effectum aliquem dato aliquo tempore productum, nec leviter quidem attingere volumus inanissimas quæstiones de virium natura, an sint *entitates* aliquæ corporibus inhærentes, an quodlibet aliud. Itaque ne profligatas veterum Scholasticorum qualitates occultas in scenam revocare videamur, hæc definitio nominis probe tenenda est. Et quidem unusquisque facile experitur, sibi nullam esse virium notionem, nisi effectum aliquem sibi repræsentet. Porro quamvis hæc Sectio de

de corporum viribus inscribatur; sæpe tamen, data occasione, per alias corporum proprietates excurremus, si nempe rerum perspicuitas, & doctrinæ ordo id postulaverint.

CAPUT PRIMUM.

De vi inertiæ, plurimisque inde colligendis Physices principiis.

ARTICULUS I.

De vera notione, & existentia vis inertiæ.

I. VIS *inertiæ* dicitur illa proprietas, qua corpora statum suum, vel motus, vel quietis perpetuo tueri conantur. Hujus definitionis partes singulas explicabimus. Non solum corpora statum suum quietis perpetuo servant, seclusis viribus quibuslibet impressis, quod quidem a nemine in dubium vocatur, sed etiam seclusis omnibus impedimentis, statum motus perpetuo retinent, hoc est, si corpus moveatur, moveri perget in infinitum eadem semper velocitate, & in linea recta, nisi causa aliqua corporis directionem, & velocitatem turbaverit. Vim illam in corporibus non sentimus, nisi illorum statum mutare conemur; ille autem conatus ad mutandum corporis alicujus statum dicitur *actio*; at conatus, quo corpus aliquod status mutationi resistit, vocatur *resistentia*, vel *reactio*. Itaque vim inertiæ, tanquam mere *passivam* habere possunt Physici, qui vis passivæ nomine eam vim intelligunt, quæ ex se nullum exerit effectum, nisi a vi alia excitetur; sed res

est

est levioris momenti, & de nomine minime litigandum est. At vis inertiæ confundi non debet cum vulgatissimo Scholasticorum principio de *indifferentia materiæ ad motum, & quietem*; hoc enim principio nihil aliud intelligendum videtur, nisi ad essentiam materiæ non pertinere, ut perpetuo moveatur, vel perpetuo quiescat; at inde nullatenus colligitur in motu, vel quiete perpetuo manere corpus, quod movetur, vel quiescit, seclusis omnibus impedimentis.

II. Ut tota hæc doctrina in bono lumine collocetur, pauca de motu præmittenda sunt, fusius deinde explicanda. Quamvis ita clara sit, ac perspicua motus notio, ut nulla definitione indigeat; a Physicis tamen definiri solet motus *continua, & successiva loci mutatio*. Hic autem locum generatim consideramus, & abstrahimus a loco *absoluto*, vel *relativo*, ac proinde etiam a motu *absoluto*, vel *relativo*. Velocitas dicitur illa corporis affectio, qua datum aliquod spatium dato tempore percurrit. Rursus velocitas dicitur *uniformis*, sive *æquabilis*, si æqualibus temporibus æqualia spatia describantur; secus autem, *variabilis* appellatur. Inde autem plurima fluunt consectaria, quæ quidem sunt per se manifesta. Si velocitas uniformis fuerit duplo, vel triplo major &c. erit spatium eodem tempore descriptum duplo, vel triplo majus &c. ac proinde velocitates sunt directe, ut spatia. Contra autem si maneat idem spatium, existente velocitate duplo, vel triplo majori &c. erit tempus duplo, vel triplo minus &c. ideoque *velocitates sunt reciproce, ut tempora*. Quare generatim si spatium dicatur

S, ve-

S, velocitas V, tempus T, erit $V = \frac{S}{T}$ & $TV = S$, hoc eſt: *Spatia ſunt in ratione compoſita velocitatum, & temporum.*

His autem præmiſſis facile intelligitur, quid ſit *quantitas motus*: ſi corpus aliquod moveatur, ſingulas ejuſdem corporis particulas eadem velocitate moveri neceſſum eſt; ſi enim aliæ irent tardius, aliæ velocius, jam ſolveretur partium nexus, nec corpus maneret continuum, quod eſt contra hypotheſim. Porro quantitas motus nihil aliud eſt, quam aggregatum, ſeu ſumma omnium velocitatum; quare evidens eſt, quantitatem motus eſſe productum ex numero partium, ſive ex quantitate materiæ in velocitatem. Si igitur duorum corporum velocitates dicantur V, v, quantitates materiæ Q, q, ſpatia iiſdem temporibus percurſa S, s, quantitates motus A, a; erit $A : a = QV : qv = QS : qs$; ſunt enim velocitates, ut ſpatia iiſdem temporibus deſcripta. Jam ſi quantitates motus ponantur æquales; erit $QV = qv$, & $QS = qs$, ideoque $Q : q = v : V = s : S$, hoc eſt: *quantitates materiæ ſunt in ratione reciproca velocitatum, aut ſpatiorum.* Quantitas materiæ appellari etiam ſolet *maſſa*, & quantitas motus dicitur etiam *vis motrix*. At ſi nulla habeatur ratio quantitatis materiæ, ſolaque conſideretur velocitas, aucta, vel retardata; tunc vis illa appellatur vis *acceleratrix* in primo caſu; in altero autem *retardatrix*. His præmiſſis ſit

CON-

CONCLUSIO.

Demonstratur vis Inertiæ.

I. Vim inertiæ demonſtrat experientia. Et quidem quod ſpectat corpora quieſcientia, ea in quiete perpetuo manere obſervamus, niſi vi aliqua ad motum concitentur. Si autem aliquando ignota vi corpus moveri contingat, id tamen non ſine latente vi aliqua fieri, ex analogia naturæ jure optimo concludere debemus; & revera exiſtit motus cauſa, licet ſenſus noſtros fugiat, & nulla aliquando fortaſſe detur cauſa corporea, quod quidem probe notandum eſt. Etenim quamvis ſine alio corpore impellente corpora non moveri ut plurimum obſervemus, analogiæ tamen lege abuteretur, qui corpora nulla ſine alterius corporis impulſu unquam moveri pronuntiaret. Et certe ſi gravitatis cauſam attente quis meditatus fuerit, eam ab aliquo corpore repetendam eſſe non facile concedet, quinimmo in contrariam Nevvtonianorum opinionem propenſior erit. Sed hac de re data opera deinde ſermonem habebimus.

Quod ſpectat corpora ad motum ſemel concitata, ea in motu diutius perſeverare obſervamus, quo magis de medio tolluntur impedimenta. Quare ſi ita removeri poſſint obſtacula omnia, quæ ſane ſunt plurima, ut nullæ omnino ſint vires retardatrices, merito aſſerere poſſumus, perpetuum futurum eſſe corporum motum. Pari ratione affirmare licet motum perpetuo futurum eſſe uniformem, & rectilineum; diminutis

enim

enim impedimentis, ad uniformitatem, & rectilineam directionem corpus magis tendere deprehenditur. Si globus aliquis eximie perpolitus in superficie plana probe lævigata incedat, in linea recta progredi videtur, neque ad dexteram declinans, neque ad sinistram; donec tandem motus extinguatur asperitate plani, aliisque impedimentis, quæ nulla vitari possunt hominum industria; at quo pauciora manent impedimenta, eo magis experimenta ad veritatem accedunt.

Doctrinam hanc variis exemplis illustrare non abs re erit. Corpus in navigii tabulato constitutum quiescit, manente navigii motu constanti, & uniformi; porro si corpus tenderet ad quietem, ad ipsum gubernaculum corpus illud fugere deberet, quod quidem non minus mirandum videretur, quam si, quiescente navi, idem corpus gubernaculum versus sponte recederet. Præterea si corpus directionem motus sponte mutare posset, in prædicto casu, navigii scilicet motu uniformi, & rectilineo delati, corpus illud non quiesceret, quod est observationi contrarium. At si navigii motus subito sistatur, homines stantes in navi antrorsum præcipites ruent, quod facile experiri quisque potest stans in curru celerrime delato, cujus motus statim sistitur, is enim in partem cursus anteriorem sese raptum sentiet, Si vas aquæ plenum in tabula aliqua collocetur, & vi satis magna impellatur, aqua in vase sub initio motus versus partes motui vasis contrarias tendere videbitur; non quod revera talis motus aquæ impressus sit, sed cum aqua in eodem quie-

tis

tis statu perseverare conetur, vas motum suum aquæ statim imprimere non potest, ac proinde aqua, ut ita dicam, a vase derelicta, & revera quiescens locum mutare videbitur. Tandem postquam vasis motus in aquam transiit, & aqua una cum vase uniformiter, & eadem celeritate progredi cœperit, si vasis motus subito cohibeatur, aqua tamen in eodem motu perseverare conabitur, & supra vasis latera assurgeret. Huic causæ tribuendum est, quod navi turbulento mari jactata in ipsa sedentes homines, doloribus, nausea & vomitu afficiantur, præsertim si mari non fuerint assueti; etenim liquores in ventriculo, intestinis, vasis sanguiferis, ceterisque canalibus contenti navis jactionibus non statim obediunt; unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, & morbi orientur. Ex his omnibus sic tandem argumentamur: vis illa tanquam universalis corporum omnium proprietas haberi debet, quam in singulis corporibus observamus; atqui vim inertiæ, quoad partes singulas, in omnibus corporibus experimur quantum ferre potest experimentorum diligentia. Ergo &c.

II. Corpora mutationi status resistere demonstrant rationes Metaphysicæ. Et quidem si corpora mutationi status non resistant, corpus quodlibet etiam valde magnum e quiete ad motum, vel e motu ad quietem non solum facili manu, sed etiam sine ullo conatu posset reduci; vis etiam minima motum quantumvis magnum posset producere, vel etiam sistere; nullaque foret inter causam, & effectum proportio, quod repugnat Ontologiæ principiis, atque experientiæ.

Et.

Et certe hanc proportionem ostendunt quoque epxerimenta; si enim producenda, vel extinguenda sit eadem velocitas in corpore duplo, vel triplo majori &c. id fieri non posse experimur sine vi duplo, triplo majori &c. ac proinde *vis inertiæ est, ut quantitas materiæ;* si autem, manente eadem quantitate materiæ, producenda, vel extinguenda sit velocitas duplo, vel triplo major &c. adhiberi debet vis duplo, vel triplo major &c. ac proinde *vis inertiæ est, ut velocitas producenda, vel extinguenda*. Quare generatim *vis inertiæ est, ut quantitas motus producenda, vel extinguenda*. Hæc ratiocinatio accurate quidem demonstrat, corpora mutationi status resistere, ac proinde vi inertiæ prædita esse; at vis inertiæ partes singulas, perpetuam scilicet motus uniformitatem, illiusque rectilineam directionem non æque evincit. Argumentum aliud desumi solet ex principio rationis sufficientis. Si enim corpus sibi ipsi relinquatur, nullaque accedat vis contraria; in statu suo perseverare debet, cum nulla sit ratio, cur statum mutet. Id quidem facile concedunt Philosophi, si agatur de corpore quiescente; negant autem nonnulli de corpore moto, quod suapte natura ad quietem tendere affirmant: iis ergo ratio sufficiens est ipsa corporis indoles, & natura. Quamvis autem non raro utilissimum sit rationis sufficientis principium; quia tamen sępius mortales latet rerum ratio, fateri debemus, principium illud caute admodum adhibendum esse. Quæ cum ita sint, patet, vim inertiæ, si partes ejus singulas consideremus, habendam esse tanquam principium experientia magis, quam accurata aliqua demonstratione innixum.

Objic.

Objic. Si corpus aliquod in aere deferatur, sibique permittatur, sponte descendit sine ulla vi impellente. Ergo corpus non perseverat in quiete, seclusa etiam vi qualibet impressa.

Resp. distinguo antecedens. Sine ulla vi impellente, quæ sensibus conspicua sit: concedo ant. sine ulla vi impellente, quæ sensus fugiat: Neg. ant. & cons. Imperita hominum multitudo sensuum erroribus assueta sibi facile persuadet, corpora sine ulla vi in terram descendere, cum nullam videant. Unde credunt plerique homines, corpora descendere, quia non sustentantur. Verum etiamsi nulla oculis pateat vis extrinseca, nullam tamen esse, temerario quis affirmaret. Fingere enim possumus fluidum quoddam subtilissimum omnem oculorum aciem longe fugiens; vel etiam, ut Newtonianis placet, vim quamdam internam sine ullo interveniente fluido possumus admittere, ut jam observavimus. Sed argumentum illud fuse, & accurate convenienti loco persequemur. Hunc vulgi errorem quotidiano experimento depellere satis erit. Si corpus in tabula horizontali constituatur, qua de causa per tabulæ superficiem motu horizontali non incedit corpus illud cum nihil impediat? Cur sursum non ascendit idem corpus cum nihil motui secundum hanc directionem resistat? Cum ergo corpus deorsum moveatur, necessum est, ut vi aliqua, quæcumque sit, urgeatur. Merito igitur Philosophi mirantur corporum descensum, quem sine ulla difficultatis suspicione negligenter aspicit hominum vulgus. Cæterum ex hac responsione patet, vim inertiæ diversam omnino esse a vi gravitatis,

qua

qua nempe corpora deorſum urgentur. Et quidem vis inertiæ ſecundum quamlibet directionem ſentitur; ſi enim corpus aliquod e quiete ad motum, vel e motu ad quietem reducere, quis tentaverit ſecundum quamlibet directionem vel horizontalem, vel perpendicularem, aut utcumque obliquam; id fieri non poſſe, ſentiet, ſine conatu aliquo, ſine reſiſtentia aliqua; imo ſi quis corpus deſcendens manu ſuperne percutiat, reſiſtentiam aliquam experietur; corpus nempe reſiſtit accelerationi motus ſecundum ipſam deſcenſus, ſeu gravitatis directionem. Itaque evidens eſt, vim gravitatis longe differre a vi inertiæ, & vires illas duas ab imperitis hominibus perperam confundi.

Inſtabis: 1. ſi corpus in plano etiam eximie lævigato incedat, ſenſim langueſcit motus, atque tandem omnino extinguitur. Si globus filo ſuſpenſus agitatur, varioſque itus & reditus perficit, ſenſim breviores fiunt globi vibrationes, atque tandem evaneſcunt. In ludo *trudiculari* globulus eburneus per aliquod tempus motu rectilineo in tabula progreditur, ſed in certis caſibus, veluti ſponte, per eamdem lineam rectam ad partes contrarias recedere videtur. Tandem ſi corpus aliquod ſecundum directionem horizontalem, vel ad horizontem obliquam projiciatur, in terram recidit curvam deſcribens. Itaque ſic argumentari licet; corporibus tribuenda non eſt vis illa, quam negare videntur experimenta, atqui &c. Ergo.

Reſp. Concedo majorem. Nego minorem. Objecta experimenta explicabimus. Ad primum patet reſponſio ex dictis; nullo enim artificio removeri poſſunt omnia impedimen-

ta, ac proinde mirum non eſt, quod ſiſtatur tandem penduli motus aeris reſiſtentia, filique in puncto ſuſpenſionis impedimento retardatus. At ſi maxima induſtria filum ſuſpendatur, per longum ſatis tempus perſeverat illius motus. Quod autem in certis caſibus globus eburneus in contrariam partem tendere videatur, id fit, quod globus motum aliquem circa axem in partes contrarias admiſerit, qui quidem motus adhuc perſeverat extincto motu rectilineo, ac proinde globulus in contrariam directionem recedere videbitur, donec aſperitate plani extinguatur ipſe quoque rotationis motus. Denique quod corpora horizontaliter, vel oblique projecta per curvam relabantur, nihil repugnat vi inertiæ, quæ vires alias quaslibet excludit. Porro in præſenti caſu præter motum impreſſum agit etiam vis gravitatis, quæ corpus deorſum revocat. At ſi nulla adeſſet vis gravitatis, corpus recta, & uniformiter abiret in infinitum ſecundum directionem motus impreſſi. Qua ratione autem compoſitis ſimul duobus motibus, motu ſcilicet impreſſo, & motu ex vi gravitatis oriundo, curva deſcribatur, & quænam curva ex tali motuum compoſitione oriatur, deinde ſuo loco demonſtrabimus.

Inſtabis. 2. Si corpus noſtrum moveatur, vel in obſtaculum aliquod impingat, ſenſationum noſtrarum teſtimonio acquirimus vis cujuſdam majoris, vel minoris notionem, quam ex quiete nullatenus comparamus. Et quidem corpus quieſcens nullum unquam motum producere poterit, contra autem corpus incurrens in corpus quieſcens, illud movebit. Ex his ergo ſic concludere licet: vis illa

in

in corpore quiescente saltem admitti non debet, quæ in corporum motu tantum sese manifestat. Atqui &c. Ergo &c.

Resp. concedo maj. nego minorem. Facile sibi persuadent homines meditationibus philosophicis non satis assueti, in corporibus motis adesse conatum quemdam, quo carent corpora quiescentia; inde autem originem habet error ille, quod inanimatis corporibus ea facilius tribuamus, quæ in proprio corpore observamus. Porro dum vis nomen ad inanimata corpora transferimus, levi etiam attentione patet, id fieri non posse, nisi in triplici dumtaxat sensu. 1. Si corpori inanimato propriam sensationem tribuamus, quod est absurdum: 2. Si vis nomine intelligamus metaphysicam quamdam entitatem a nostris sensationibus diversam; quam quidem nulla ratione intelligere, nec proinde definire possumus .... 3. Tandem si vis nomine significemus effectum ipsum, vel proprietatem aliquam effectu manifestatam, cujus causam non investigamus. Hæc autem ultima significatio sola est rationi consona. At si *vis* nomini hanc significationem tribuimus, jam corpori quiescenti æque, ac moto competit, & quietis non minus, quam motus continuatio tanquam lex naturæ haberi potest. Tandem dum corpus incurrens corpori quiescenti motum imprimit, id facere non potest sine aliqua proprii motus jactura. Quæ quidem jactura oritur ex vi, qua corpus quiescens status mutationi resistit; ac proinde corpori quiescenti non secus, ac corpori moto tribuenda est vis ad conservandum statum suum, quamcumque notionem huic vocabulo jungere placeat.

In-

Instabis 3. Si corpora prædita sint vi inertiæ, jam nulla est motus continuati causa; atqui motum sine causa continuari repugnat. Ergo &c.

Resp. Nego maj. frustra quidem Philosophi de motus communicatione tantas lites excitant. Continuati motus nulla alia agnoscenda est primaria causa præter Deum optimum maximum, qui non motum dumtaxat, sed res omnes conservat; secunda autem causa est ipsa vis inertiæ. Nec alia ratione perseverat motus, quam qua continuantur corporis alicujus figura, color, aut aliæ hujusmodi affectiones, quæ semper eædem permanerent, nisi vis aliqua eas turbaverit. Multo quidem rectius, & utilius se gererent Physici, si motus retardati, vel accelerati rationes, legesque investigarent. Hic autem observandum superest, nos minime definitum velle, an vis motricis actio *continuata* esse debeat, an satis sit actio *instantanea* nullo deinde impedimento turbata. Quæstio illa ad æstimandos effectus, quod in Physica unice volumus, superflua omnino est, & ad Metaphysicam pertinet, stricteque conjuncta est cum disputatione, quam de rerum conservatione in Metaphysicis Institutionibus tractavimus.

ARTICULUS II.

De principio actionis, & reactionis.

I. Actionem corporis definire solent plerique Physici *vim*, quam corpus aliquod in aliud corpus exercet, seu vim, qua corpus aliquis aliud corpus premit, vel per-

percutit; at talis definitio ipsa re definita obscurior videtur; nos autem omnem ambiguitatem removere vel maxime studentes, recordabimur, in corpore, quod *actu* movetur, vel ad motum tendit, nihil aliud clare intelligi, nisi ipsam quantitatem motus quam habet, vel quam haberet, sublatis omnibus impedimentis; ac proinde actio corporis per ipsam motus quantitatem dumtaxat sese manifestare intelligitur. Itaque actionis vocabulo nullam aliam notionem subjici volumus, nisi ipsam quantitatem motus actu productam, vel producendam, si omnia removerentur impedimenta. Inde autem statim intelligere licet, quid sit *reactio*: nihil enim aliud est, nisi actio contraria, nempe quantitas motus in corpore agente amissa, vel amittenda.

II. Receptum est apud Physicos principium: *actioni semper æqualem esse, & contrariam reactionem*. Quid hoc principio intelligendum veniat, ex dictis evidens est; nempe in omni actione corporea tantum motus corpori *agenti* decedit, quantum corpori *patienti*, sive actionem suscipienti accedit. Illud autem utilissimum in universa Physica principium sequenti conclusione explicabimus.

CONCLUSIO.

REACTIONEM ACTIONI CONTRARIAM, ET ÆQUALEM ESSE, DEMONSTATUR.

I. Principium illud ex vi inertiæ facile derivatur. Etenim si corpus aliquod certam motus quantitatem in alio corpore producat, id fieri non potest, nisi mutationi status re-

ſiſtat corpus, quod datam motus quantitatem accipit. Neceſſum eſt igitur, inter corpus *agens*, & corpus *patiens* mutuam veluti pugnam excitari, ita ut quantum motus accipit corpus patiens, tantum amittat corpus agens. Etenim ponamus, reactionem actioni æqualem non eſſe; jam corpus patiens omni mutationi ſtatus non reſiſteret, ſed alicui dumtaxat mutationis parti, quod falſum eſſe, demonſtravimus in præcedenti concluſione. Itaque patet, actionis, & reactionis æqualitatem neceſſarium eſſe vis inertiæ corollarium.

II. Idem principium experimentis, & exemplis demonſtratur, atque illuſtratur. Si corpus unum in alterum quieſcens impingat, quid quid motus quieſcenti corpori imprimitur, tantumdem impingenti ſubtrahitur. Si corpora ambo moveantur, & ad eaſdem tendant partes; corpus, quod celerius movetur, in aliud, quod movetur tardius, incurrit, & tantum motus amittit, quantum acquirit corpus fugiens. Si corpora duo ſibi obviam eant, ſive in contrarias tendant partes, qualiſcumque motus mutatio corpori uni accidet, eadem omnino corpori alteri continget; ita ut æqualis ſemper fiat in utroque corpore motuum jactura ſecundum propriam motus directionem. Caſus ſinguli ad experientiam revocari facile poſſunt, ſi obſerventur ſpatia ab iiſdem corporibus motu uniformi eodem tempore deſcripta: cum enim ſpatia illa ſint inter ſe, ut velocitates, ob datas corporum maſſas habebitur quantitas motus ante, & poſt conflictum, ideoque inſtituta comparatione innoteſcet quantitas motus per conflictum acquiſita, vel amiſſa. Hæc autem experimenta omnia actionis, & reactionis æqua-

quilitati ſemper conſona deprehenduntur, quantum patiuntur inevitabiles ſuperficierum aſperitates, aliaque impedimenta plurima. Sed tota res multo magis perſpicua fiet, ubi conflictuum leges explicabimus. Actionis, & reactionis æqualitatem obſervare licet in attractionibus magneticis. Non ſolum magnes trahit ferrum, ſed viciſſim ab ipſo ferro æqualiter trahitur, ita ut æquales ſint motus quantitates tum in magnete, tum in ferro productæ. Experimentum hoc modo inſtitui ſolet. Imponitur magnes ſuberis fruſto, & ferrum alio ſuberis fruſto pariter imponitur, ut nempe hoc artificio tam magnes, quam ferrum æque libere innatare poſſint. Deinde manu retinetur magnes, ferrum videbimus ad magnetem accedere; ſi vero ferrum immobile teneatur, ad illud magnetem accedere obſervabimus. Sed ſi utrumque corpus aquæ innatare libere permittatur, magnes, & ferrum ſibi mutuo obviam ire conſpicientur, ita ut ſpatia a ferro, & magnete percurſa ſemper ſint in ratione reciproca maſſarum. Itaque æquales ſunt quantitates motus hinc & inde genitæ, ut patet ex demonſtratis in articulo præcedenti.

Eadem lex variis exemplis confirmatur, atque illuſtratur. Si navigium remis agatur, aqua per remorum palmulas retrorſum verſus gubernaculum propellitur, rurſus aqua in remos æqualiter agit, eoſque una cum navigio cui affixi ſunt, verſus partem contrariam impellit, & hac vi promovetur navigium. Aqua ſcilicet reactione ſua tantum motus imprimit navigio, quantum ipſa remorum vi accepit; atque hinc intelligitur, eo celerius progredi navigium, quo majores

ſunt,

funt, vel numero plures remorum palmulæ, vel etiam quo celerius intra aquam agitantur. Hinc cum natatio nihil aliud fit, quam brachiorum, pedumque remigium; facile intelligitur, cur intra aquas promoveamur natando. Dum fcilicet per manuum, pedumque palmas aqua retrorfum pellitur, illa iterum agendo in contrariam partem natantes propellit. Eodem artificio utuntur pifces, qui pro varia motus directione aquam repetitis, variifque caudæ ictibus feriunt. Idem etiam dicendum eft de avium volatu; dum enim aves alarum impetu aerem deorfum verberant, aer avium alas furfum fublevat; fi verfus orientem pellatur aer, reactio aeris aves in occidentem impellit.

Actionis, & reactionis exemplum videre eft in tormentis bellicis. Pulvis pyrius intra tormentum bellicum accenfus rarefit, & vi fua æqualiter agit in globum miffilem, & in tormentum, e quo exit globus; aer enim rarefactus in omnem partem fefe expandens tam tormentum retrorfum, quam globum antrofum urgebit, æqualem in utroque producens motus quantitatem; atque ea de caufa fit, ut tormentum bellicum fibi relictum ad diftantiam fatis magnam recedere videatur. Hanc reactionem experiuntur, qui fclopetis tractandis non funt affueti. Si enim fclopeti caput faciei, vel humero proximius non fatis firma manu retineant, validiffimum reactionis ictum fentient. Plurima alia, & quidem utiliffima exempla afferre poffem; fed cum ad alias Phyficæ partes pertineant, de his fermo deinde recurret. Cæterum ex dictis fatis demonftratum eft actionis, & reactionis principium.

Objicies. Inter varia actionis, & reactionis exempla hoc primum a celeberrimo Newtono adhibetur: si equus lapidem funi alligatum trahit, æqua vi retrahitur equus in lapidem. Verum ex illa actionis, & reactionis æqualitate nullus unquam sequi posset motus. Si enim vis agens æquali resistentia absorbetur, atque retunditur, qui fieri potest, ut in prædicto exemplo equus lapidem trahat? Itaque sic argumentari licet: principium illud admitti non debet, quod perpetuam quietem, perpetuumque æquilibrium induceret; atqui &c. Ergo.

Resp. Concedo maj. nego min. Nonnulli Philosophi objectione præcedenti decepti de actionis, & reactionis æqualitate dubitarunt, sed tota objectio pura nominis ambiguitate male fulcitur. Itaque confundi non debent *vis*, & *actionis* nomina; vis corporum non est actio ipsa, idque allato exemplo manifestum fit. Dum equus lapidem trahit, totam vim suam non impendit ad superandam lapidis resistentiam, sed aliquam dumtaxat vis suæ partem, quæ *actio* dicitur. Itaque per reactionem lapidis eam vis suæ partem equus amittit, quæ necessaria est ad vincendam lapidis resistentiam, vi autem reliqua equus lapidem trahit. Porro evidens est, legem æquilibrii longe differre a principio actionis, & reactionis; duæ enim vires dicuntur in æquilibrio, si fuerint æquales, & oppositæ, nullusque, manente æquilibrio, contingere potest motus. Verum quamvis actioni æqualis, & contraria sit reactio, non tamen vi toti reactio semper æqualis est: dum autem id contingit, in hoc casu habetur æquili-

quilibrium, tumque vis tota æqualis est actioni.

Instabis 1. Si quis in navigio sedens, conto, vel alio quolibet instrumento navigium a litore repellat, id fit reactione ipsius litoris, ac proinde ex principio mox explicato eadem motus quantitas, qua navigium recedit a litore, in ipsum litus transferri deberet; atqui hoc est absurdum. Ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Accurate distingui debet quantitas motus ab ipsa velocitate. Si quantitates motus fuerint æquales, erunt velocitates in ratione reciproca massarum, ex demonstratis, ac proinde quo major est massa, eo minor est velocitas. Jam vero litus est firmissimus obex, & corpus immensum, si conferatur cum navi; ac proinde litoris velocitas erit minima, & physice nulla. Quamvis ergo nullam in magnis corporibus velocitatem observemus, motus quantitas potest esse maxima.

Instabis 2. omnia corpora in superficie terræ posita versus terram gravia sunt; hac vi gravitatis corpora ad telluris superficiem descendunt. Consentiunt Philosophi omnes, corpora descendentia a tellure attrahi, quæcunque sit hujus attractionis causa, de qua quidem maxime dissentiunt; Igitur si corpora a tellure trahantur, tellus vicissim trahetur a corporibus. Ita dum lapis ad terram descendit, terra vicissim ad lapidem assurget, & æquales erunt motus tum in lapide, tum in terra geniti; atqui hoc repugnare omnino videtur: Ergo &c.

Resp. Nego min. ex præcedenti responsione facile solvitur hæc objectio. Re quidem vera æquales sunt motus quantitates tum in

lapide, tum in terra productæ; cum vero quantitas materiæ in terra immense superet quantitatem materiæ in lapide; velocitas lapidis immense superabit velocitatem, qua terra ad lapidem tendit: ideoque, si physice loquamur, velocitas terræ nulla est, quod quidem calculo demonstrare non abs re erit. Ponamus lapidem centum pedum solidorum versus terram descendere, spatium a lapide tempore unius minuti secundi percursum erit circiter pedum parisiensium 15, ut ostendunt experimenta; sed ex mensuris geographicis tota globi terraquei moles continet pedes solidos 30, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000; itaque ponamus, jam terram ubique esse ejusdem densitatis cum vulgaribus lapidibus, quamvis omnino credibile sit, eam esse multo densiorem; erit materiæ quantitas in terra ad materiæ quantitatem in lapide; ut 30000000000000000000000 ad 1; proindeque dum lapis descendit per spatium 14 pedum, terra versus lapidem trahentur per

$$\frac{15}{30000000000000000000000}$$

unius pedis partes, quæ tantilla est quantitas, ut ipsam imaginandi vim longe effugiat; ac proinde in Physica negligi potest, & pro nulla haberi, quamvis geometrice, & secundum veritatem loquendo terra ad lapidem accedat, & utrumque corpus æqualiter se mutuo trahat. His paucis objectionibus respondisse satis sit ad explicandum actionis, & reactionis principium. Cæterum hujus principii usus frequentissime recurret, præsertim in Astronomia.

AR-

ARTICULUS III.

De virium compositione.

I. VIrium *compositio* dicitur virium plurium in vim unicam contractio; quia vero virium nomine nihil aliud intelligimus nisi motus ipsos dato aliquo tempore productos, hinc patet, virium compositionem nihil aliud esse, quam ipsam compositionem motuum. Itaque motus compositus dicitur is, qui ex pluribus motibus diversam directionem habentibus resultat; neque enim tanquam compositum habemus motum illum, qui ex pluribus motibus in eamdem directionem conspirantibus, vel directe oppositis oritur. Evidens enim est, in primo casu unicum esse motum summæ motuum æqualem; in altero autem casu motus æqualis est motuum differentiæ, quæ quidem differentia si nulla fuerit, hoc est si quantitates motus fuerint æquales, & directe oppositæ, habetur æquilibrium. Motuum compositorum doctrina cum ipsa vi inertiæ necessario ordine conjuncta est; ut ex dicendis manifestum fiet.

Fingantur rectæ AB, AD (*Fig.* 1.) perpendiculares, & æquales, quæ exhibeant vires secundum directiones AB, AD; sive, quod idem est, quæ repræsentent spatia datis viribus eodem tempore motu uniformi percursa. Corpus immineat motuum angulo A, urgeaturque viribus secundum directiones AB, AD; dato quolibet tempore corpus vi unica secundum AD percurrat spatium AC; eodem tempore vi unica secundum AB per-

curreret ſpatium AI ſpatio priori AC æquale; ex demonſtratis de vi inertiæ. Jam ponamus, corpus illud viribus duabus ſimul urgeri, quo tempore progreditur per AC, aſcendet quoque per AI, vel CE; ſunt enim per conſtructionem rectæ AI, CE, itemque IE, AC æquales, & parallelæ; ergo corpus reperietur in directionum AB, & AD concurſu; ac proinde in concurſu rectarum IE, CE, hoc eſt in diagonali quadrati AIEC, atque ad punctum E perveniet eodem tempore, quo motibus ſejunctis percurreret AC, vel AI, ut patet. Eadem ratiocinatio ad aliud quodlibet tempus transferri poteſt; cum enim ſpatia AI, IE, itemque AB, BF ſint æqualia; erit AI: IE:: AB: BF; ac proinde cum ſint IE, AC, itemque BF, AD æquales, & parallelæ, erit recta AF diagonalis quadrati ABFD. In hac demonſtratione velocitates non ſolum ponuntur uniformes, ſed etiam æquales; at evidens eſt, totam demonſtrationis ſeriem perinde ſe habere, etiamſi velocitates non fuerint æquales. Etenim velocitates uniformes ſunt, ut ſpatia iiſdem temporibus deſcripta: ergo velocitas per AI eſt ad velocitatem per IE, ut AI ad IE, ut AB ad BF, ac proinde AI: IE:: AB: BF; ideoque eadem manet demonſtratio, quæ etiam valet, quamvis velocitates non fuerint uniformes, dummodo tamen in eadem data ratione ſemper accelerentur, vel retardentur. Puta, ſi velocitas per AD ſit dupla, vel tripla &c. volocitatis per AB; res perinde ſe habet, quomodocumque acceleretur, vel retardetur velocitas per AB, & AD, dummodo velocitas per AD ſemper maneat dupla, vel tripla &c. velocitatis per AB;

AB; quod evidens est, cum perpetuo servetur triangulorum AIE, ABF similitudo.

Hoc ergo est universalissimum principium. Si corpus urgeatur duobus motibus, quorum directiones eumdem angulum semper contineant, corpus illud describet diagonalem parallegrammi, cujus latera sunt spatia secundum utramque directionem eodem tempore percursa; dummodo tamen maneant prædictæ motuum conditiones; si nempe directiones eædem maneant, & velocitates sint uniformes, aut similes. Adolescentum imaginatio in hac demonstratione sublevari potest exemplo normæ, quæ sibi semper parallela uniformiter moveatur; interea dum corpus aliquod uniformiter quoque progreditur secundum ductum normæ, quam corpus perpetuo radat.

In hoc autem exemplo, atque in præcedenti demonstratione unum monendum est. In hoc scilicet exemplo, atque etiam in tota demonstrationis hypothesi vires duæ tanquam seorsim agentes perpetuo considerantur, quod quidem a statu quæstionis non nihil abludere videtur; cum primo motus initio vires duæ simul imprimantur, & deinde conjunctim agant. Itaque ut præcedens demonstratio ad severitatem geometricam sit omnino composita, ostendi debet, demonstrationem perinde se habere, sive vires considerentur seorsim, sive conjunctim, quod quidem facile præstari potest; nam ponamus vires duas dato aliquo tempore seorsim uniformiter agere in corpus A; & deinde corpus illud sibi relinqui, seu ab ipsis viribus deseri; evidens est, in hoc casu describi diagonalem, ut patet ex demonstratione præce-

denti, & ex vi inertiæ; valet autem demonſtratio, ſi vires duæ dato quolibet tempore ſeorſim conſiderentur; itaque ex temporis conditione, vel limitatione nullatenus pendent corporis directio, & velocitas, ac proinde deſcribitur diagonalis, etiamſi tempus ponatur minimum, vel nullum, dum ſcilicet vires duæ conjunctim agunt. Vulgari demonſtrationi, quæ in omnibus Phyſicorum libris paſſim legitur, addenda eſt hæc ratiocinatio; quamvis enim verum ſit principium, ſive conſiderentur vires ſeorſim, ſive conjunctim, res tamen non ita eſt evidens, ut ſine demonſtratione prætermitti debeat.

Motus compoſiti exemplum præbet cymba, profluente amne, delata. Si quis e cymba interim progrediente in litus deſilire voluerit, eum, quem ſibi proponit, litoris locum non attinget. Motus enim ille componitur ex duplici motu, navigii ſcilicet, & hominis deſilientis; ac proinde in hoc caſu per motuum diagonalem homo ad litus perveniet. Idem eſt exemplum hominis præcipiti curru devecti, & interim ſeſe in terram proripientis; quod quidem temere omnino fit; ſi enim ſatis magnus non ſit deſilientis hominis impetus, & currus ad ſaltus partem declinaverit, rotis ipſis imminere, & opprimi facile poterit imprudens homo.

II. Quamvis duas dumtaxat vires conſideraverim; ſimili tamen ratiocinatione patet, vires utcumque numero plures in unicam diagonalem componi poſſe. Etenim conſiderentur primum vires duæ, quarum inveniatur diagonalis, quæ proinde vires duas repræſentabit. Deinde diagonalis illa conferatur cum vi

vi tertia, & iterum inveniatur diagonalis, & ita deinceps, donec perveniatur ad communem virium omnium diagonalem, quæ *media directio* appellatur, atque hæc erit via, quam corpus his omnibus viribus simul sollicitatum percurret. Evidens autem est, vim quamlibet compositam inversa operatione in vires per latera resolvi posse, atque hæc operatio *virium resolutio* vocari solet. Cavendum tamen est maxime, ne vis composita cum viribus per latera confundatur; vis composita viribus componentibus æqualis non est; cum enim vires componentes exhibeantur per latera trianguli, cujus tertium latus est ipsa vis composita; patet, vires componentes majores esse vi composita, quemadmodum latera duo trianguli sunt tertio quolibet majora. At vires illæ *æquipollentes* merito dici possunt; hoc est, motus perinde se habet, sive corpus urgeatur viribus duabus per latera, sive urgeatur vi unica per diagonalem ex duabus viribus composita.

III. Hactenus consideravimus vel motus uniformes, vel similes; at si motus neque uniformes fuerint, neque similes, ita ut spatia iisdem temporibus descripta datam inter se rationem non habeant; evidens est, similia non esse triangula ex motibus componentibus, & ex diagonali formata; ac proinde singulis temporibus minimis directionem perpetuo mutat diagonalis, ideoque abit in curvam. Exempli gratia recta CD. (*Fig.* 2.) exhibeat spatia motu uniformi descripta, rectæ autem perpendiculares, ut EI &c. exhibeant spatia vi aliqua perpetuo acceleratrice percursa. Corpus motu uniformi sollicitatum per CD recta abiret in infinitum, singulis tempori-

pori-

poribus æqualibus æqualia ſpatia deſcribens per vim inertiæ. At ob vim acceleratricem per EI, corpus his duabus viribus ſollicitatum progreditur per curvam CI. Etenim menentibus CE, EF æqualibus, erit CG minor, quam GH ob motum perpetuo acceleratum ſecundum directionem EI. Igitur triangula CEI, CFK, CDB non ſunt ſimilia, ac proinde cum triangula illa utcumque minima concipi poſſint, evidens eſt rectas quaſcumque EI, FK, DB ad lineam rectam non pertinere, ac proinde diagonalis eſt curvilinea.

IV. Si recta CA conſideretur tanquam axis curvæ, erunt CG, vel EI, GH, vel FK *abſciſſæ*, rectæ autem GI, vel CE, HK, vel CF &c. *ordinatæ*. Iam vero natura, ſive *æquatio* curvæ definitur ex ratione abſciſſarum ad ordinatas; quare patet, curvam duabus quibuslibet viribus deſcriptam pendere ex ipſa virium natura, ſeu ratione. Cæterum ex demonſtratis patet, vi unica curvam deſcribi non poſſe; corpus enim per vim inertiæ vis impreſſæ directionem, ſeu lineam rectam perpetuo ſequitur; quare dum corpus curvam aliquam deſcribit, duabus ſaltem viribus illud ſollicitari, neceſſum eſt.

Curvam quamlibet conſiderant Geometræ tanquam polygonum conſtans ex lateribus rectis tangentibus numero infinitis, & infinite parvis; quare dum corpus movetur in arcu curvæ infiniteſimo, idem omnino eſt ac ſi moveretur per tangentem infinite parvam. Si ergo ſtatim deſineret actio vis per EI, corpus abiret ſecundum directionem tangentis per vim inertiæ; hinc fit ut curva quælibet conſiderari poſſit tanquam duabus

viri-

viribus genita, quarum una dicitur *tangentialis*; altera autem, quæ corpus a tangente retrahit, *centripeta* appellatur; quod quidem nomen retinet, sive vis illa ad unum punctum perpetuo dirigatur, sive directionem perpetuo mutet.. Vis autem contraria, qua corpus ab arcu ad tangentem conatur deflectere, vocatur vis *centrifuga*.

V. De viribus centripeta, centrifuga, & tangentiali, data opera, quantum licet, deinde tractabimus. Hic observare satis sit, vim tangentialem, & centrifugam ex vi inertiæ originem quidem habere; at cavendum est diligenter, ne vis centrifuga expressa per lineolam IE confundatur cum vi tangentiali, quæ exprimitur per CE, in quem errorem mirum sane est, quam graviter in tanta rerum physicarum luce prolapsi sint viri doctrinæ fama celebres. Et quidem virium illarum nec conveniunt directiones, ut patet, neque etiam mensuræ, imo vis tangentialis infinities major est vi centrifuga. Sit Ac (fig. 4.) arcus circuli infinitesimus; erit AM, vel BC ad MC, vel AB, ut MC ad MD. Quia vero arcus AC est infinitesimus, erunt rectæ AB, & MC infinitesimæ, ac projnde MC erit infinitesima respectu MD, ideoque BC erit infinitesima respectu AB. Quare vis tangentialis AB est infinite major vi centrifuga BC. Alterum tandem monendum est, vim centripetam, & centrifugam per eamdem lineolam exprimi, ac prinde æquales esse; cum enim vires sint, ut spatia iisdem temporibus minimis descripta; evidens est, vim centripetam, & centrifugam, quæ per idem spatium eodem tempore minimo descriptum exhibentur, æquales esse. Quamvis

vis autem æquales sint vires illæ, longe tamen inter se differunt; nam vis centrifuga est vis *passiva* dumtaxat, quæ nullum exerit effectum, nisi cessante vi centripeta; hæc autem ultima est vis *activa*, quæ nempe perpetuo agit.

VI. Virium centripetæ, & centrifugæ exemplum præbet lapis funda circumactus. Manus lapidem retinens exhibet vim centripetam; vis autem, quæ funem tendit, qua scilicet lapis conatur recedere a circumferentia circuli descripti, repræsentat vim tentrifugam. Et requidem ipsa, si manus lapidem deserat, statim lapis abit per tangentem circuli antea descripti. Hæc autem pauca dicta sint; de hoc enim utilissimo argumento sermo deinde recurret.

Alteram quam breviter attingimus, motur compositi speciem oculis demonstrant corpora per aerem horizontaliter, vel oblique projecta: motu composito igneam curvam in aere delineant tubuli nitrato pulvere referti. In his casibus duæ considerandæ sunt vires, una scilicet *projectionis* ex manu, vel pulvere pyrio oriunda; altera autem est vis gravitatis, qua corpus motu accelerato descendit; sed hujus curvæ naturam demonstrabimus, ubi de corporum projectorum motu.

APPENDIX.

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. MAteriam cogitationis expertem esse, invictissimis argumentis in Metaphysica

fica jam ostendimus; quamvis autem fide divina certissimum sit primarium illud Religionis dogma, varia tamen argumenta conquirere, & adversus incredulos congerere religiosos Philosophos maxime decet. Vix suspicari quis statim posset, vim inertiæ aliud Philosophis suppeditare hujus dogmatis argumentum, quod tamen valide urgeri potest; & quidem substantia cogitans vim habet mutandi statum suum, potest nempe cogitationem præsentem deserere, & ad aliam transire, actionem aliquam velle, aut respuere; quam quidem facultatem proprio conscientiæ testimonio experimur. Cum ergo vis inertiæ universalissima sit materiæ proprietas, ita ut nulla materiæ pars statum suum vel leviter sponte mutare possit; manifestum est, cogitandi facultatem ad materiam pertinere non posse. Neque est, quod objiciant, vim inertiæ locum habere dumtaxat in materia nullo principio intelligente informata; nam rursus: principium illud intelligens materiæ conjunctum vel est materiale, vel non. Si primum, jam eadem recurrit cogitandi impossibilitas; si secundum, principium illud facultatem cogitandi ex se habere necessum est sine ullo materiæ auxilio, quæ ipsa non habet cogitandi vim, quam proinde nullo modo conferre potest. Itaque ex duarum substantiarum, quæ cogitare non possunt, conjunctione oriri non potest cogitandi facultas. Præterea perversissimi homines, qui materiæ cogitationem non repugnare asserunt, si impiissimi Spinosæ sectatores excipiamus, non inficiantur, existere substantias spirituales, & intelligentes; cum ergo vim intelligendi habeant, principium intelligens nulla

ma-

materiæ ope ad cogitandum indiget. Itaque hoc argumentum validissime propugnari potest contra eos, qui spiritus extra materiam existere fatentur; at contra Spinosistas aliis agendum est argumentis, quæ in nostris institutionibus metaphysicis explicavimus, vel prius demonstranda est spirituum extra materiam cogitantium existentia. Neque est tandem, quod objiciant, Deum omnipotentem his duabus substantiis simul conjunctis tribuere potuisse vim cogitandi, quam materiæ convenire non posse, proprio loco ostendimus; ex præcedenti ratiocinatione id saltem evidens fit, universalissimis materiæ proprietatibus repugnare, ut materia vim cogitandi habeat. Nemo igitur nos tanquam ultra modum religiosos reprehendat, quod hujus ratiocinationis pondus argumentis metaphysicis adjungamus.

II. Actionis, & reactionis exempla avium volatu, piscium natatu, remorum actione afferre solent Physici. Idem vero principium ad eximiam utilitatem traduxit vir doctissimus Daniel *Bernoullius* qui in egregio opere, cui titulus est *Hydrodynamica*, novum, & hactenus inauditum navigandi genus proposuit sine velis, & remis, quod quidem paradoxum omnino videbitur. Rem paucis exponam. Navigio versus puppim firmiter alligari præcipit Bernoullius canalem utrinque apertum, & aquæ perpetuo plenum, quod quidem sine magno labore antliarum ope præstari potest. Jam aqua ex canali versus puppim effluens, in ipsam maris aquam agit, ipsa autem reagit, atque hac perpetua reactione antrorsum propellitur navis, & sine velis, ac remis gubernatur; quo quidem loquen-

quendi modo res impossibilis, & absurda exprimi solet. Hujus reactionis æstimandæ ratio ad sublimiorem fluidorum doctrinam pertinet, neque tantam rerum physicarum difficultatem præsens locus sustinet; quia tamen novus illud navigationis modus ex actionis, & reactionis principio natus est, in præsenti appendice hanc doctissimi viri cogitationem opportune interponendam esse, existimavi. Neque deerunt fortasse imperiti homines, qui rem velut insulsam rideant; at Philosophi est magnorum virorum meditationes venerari, & tamen perpendere, atque, si fieri possit, ad experientiam revocare. Ego autem in navicula non sine successu rem tentavi, atque inito calculo invenitur, tantam hoc artificio obtineri posse prægrandis etiam navis velocitatem, quæ magna remigum manu vix ac ne vix quidem haberi potest. Calculo quidem subjici non possunt inordinatæ aquarum directiones, marisque jactationes, ac proinde minuitur inventi utilitas, non tamen omnino tollitur. Hæc maxima saltem haberi poterunt commoda; nempe naves bellicas in prælìis navalibus, deficiente omni vento, quo lubet, agere licebit, atque etiam brevibus trajectibus serena tempestate, tranquilloque mari instituendis inservire poterit talis navigii usus.

III. In capite præcedenti de vi centrifuga brevem mentionem injecimus. Ex hujus vis doctrina innumeræ in societatem humanam derivarunt utilitates, quarum unam hic seligere satis erit. Clarissimo viro *Desagulierio* debetur machina, quæ *rota centrifuga* appellatur; ex tympano ligneo parum alto constat hæc machina, cujus cavitas in duodecim

cim cellulas distributa est, singulæ autem cellulæ ad tympani centrum protensæ, cum aere externo communicant ex parte circumferentiæ, quæ pro cellularum numero duodecim quoque foraminibus pertusa est. Tympanum hoc modo comparatum capsula majori parallelopipeda includitur, atque axe ita trajicitur, ut manubrii ope extra capsulam prominentis converti possit. Rebus ita dispositis, si tympanum velocissime circumagatur, aeris particulæ in tympano inclusæ revolvuntur, ac proinde vim centrifugam acquirunt, & exitum quærunt. Quare si in plano rotationis aperiantur foramina, quibus annectantur flexiles tubuli extra cubiculum protensi, aer in tympano conclusus, revoluta machina, exibit; aer autem in cubiculo contentus per foramen rotationis plane perpendiculare tympani cavitatem ingredietur, aeri expulso statim succedet aer iterum quoque expellendus. Jam vero quantum aeris excluditur, tantum quoque advenit per fenestras, januas, vel etiam cubiculi rimas. Quare patet, id tandem commodum nos lucrari, ut, repetitis motibus, nil fere pristini aeris supersit, quod quidem eximiæ utilitatis esse potest in nosocomiis, in fodinis, aliisque locis impuro aere fædatis. Hujus machinæ utilitatem maximam testatam fecere peritissimi navium Præfecti, qui in longinquis navigationibus hujus rotæ beneficio sese liberatos fuisse referunt a frequentissimo, perniciosissimoque morbo, qui *Scorbutus* dicitur. Dolendum ergo est, quod utilissima inventa respuere soleant plerique homines haud satis æqui talium rerum æstimatores. Cæterum prædictæ machinæ usus oculis quoque fit conspicuus,
si ae-

ſi aeris loco craſſiorem fumum ex ſaccharo excitatum in tympani cavitatem introducamus; hunc enim, circumacto tympano, velociſſime extrudi obſervabimus. Idem quoque alio experimento manifeſtum fiet; ſi nempe foramini in ipſa vis centrifugæ directione aperto objiciatur candelæ flammula, hanc extrorſum pelli, & ſtatim extingui videbimus: contra autem introrſum urgebitur, & extinguetur, ſi alteri foramini, quod rotationis plano perpendiculare eſt, admoveatur; quod quidem manifeſtiſſimo eſt argumento, pari ratione aerem ex una parte introduci, ex altera autem ejici. Hujus machinæ partes ſingulas explicare, & vim totam calculo æſtimare nec præſcripta his inſtitutionibus brevitas, nec rei difficultas patiuntur. Ex univerſa Phyſicæ ſerie magis ac magis fiet manifeſta capitis præcedentis utilitas, quam paucis exemplis indicaſſe ſatis ſit, ut ſtudioſæ juventuti inſtilletur præclariſſimi ſtudii amor, quantum unicuique pro vivendi inſtituto, & ratione licet.

CAPUT II.

De vi attractionis, variiſque illius ſpeciebus.

A*ttractio* generatim ſpectata dicitur vis, qua corpora in ſe mutuo, vel ad punctum aliquod tendunt, quod *centrum virium* ideo appellatur. Variæ ſunt attractionum ſpecies, quarum aliquæ certis dumtaxat corporibus competunt; talis eſt vis *magnetica*, *electrica* &c. ſed ſpeciales illæ attractiones ad Phyſicam particularem pertinent. Aliæ autem attractiones omnibus corporibus conve-

veniunt, ac proinde in Physica generali considerandæ. Duplex autem est hujusmodi attractio universalis; alia inter magna corpora, & ad magnas exercetur distantias; alia inter minimas corporum particulas viget, & in minimis dumtaxat intervallis. De hac utraque attractionis specie tractabimus, & generalem attractionis doctrinam præmittemus.

ARTICULUS I.

De attractione generatim considerata.

I. Corpus aliquod projectum fingatur vi impressa secundum directionem AF (*Fig.* 3.) & interim vi alia perpetuo tendat versus punctum S; tempore minimo corpus vi impressa per AF describere ponatur lineolam AB, tempusculo altero æquali percurreret æqualem lineolam BC, & ita deinceps. Jam vero dum corpus pervenit ad B, agat vis tendens ad centrum S, qua vi sola corpus describere possit lineolam BE; completo parallelogrammo EBCD, motu composito corpus describet diagonalem BD (ex articulo præcedenti). Ex elementis Geometriæ evidens est, æqualia esse triangula ABS, SBD æqualibus temporibus descripta. Etenim triangula ABS, SBC æqualia sunt, cum æquales habeant bases AB, BC, communemque verticem S. Præterea æquantur triangula BSD, BSC super eadem basi BS, & inter easdem parallelas BS, CD constituta. Igitur æqualia sunt triangula BSD, BSA, utpote æqualia eidem triangulo BSC. Quod autem demonstravimus de minimis duobus triangulis ABS, BSD, idem facile intel-

intelligitur de alia qualibet triangulorum ferie; & quidem feclufa vi tendente ad centrum S, corpus per vim inertiæ moveri pergit fecundum BD; fed accedente vi verfus S, eadem ratiocinatione patet tertio tempore æquali æquale triangulum defcribi. Igitur æqualibus temporibus æquales triangulorum areæ percurruntur, tempore duplo defcribitur area dupla, tempore triplo tripla; quare generatim areæ tempore quolibet defcriptæ funt temporibus proportionales. Jam ponamus, polygonum hoc modo defcriptum ex lateribus numero infinitis, & infinite parvis compofitum abire in curvam, manifeftum eft corpus circa centrum virium S perpetuo defcribere areas temporibus proportionales. Demonftratum ergo eft præclariffimum theorema, quod Aftronomiæ, & univerfæ fere Phyficæ fundamentum eft, nempe: *fi corpus defcribat curvam quamlibet vi tendente ad punctum aliquod in curva datum; corpus illud defcribet areas circa idem punctum temporibus proportionales.*

Viceverfa *fi corpus moveatur in curva, & areas temporibus proportionales circa punctum aliquod defcribat; urgetur vi tendente ad illud punctum.* Etenim fi vis alia ad punctum extra S diverfum tenderet, jam directio CD non foret directioni BE parallela; ac proinde triangula BSC, BDS fuper communem bafim conftituta non forent inter eafdem parallelas, nec proinde æqualia, quod eft contra hypothefim; ponimus enim, areas temporibus proportionales effe, ac proinde æqualia effe minima triangula temporibus æqualibus defcripta. Itaque demonftratum etiam eft, corpus, quod movetur in curva, &

areas

areas circa punctum aliquod temporibus proportionales describit, urgeri vi ad illud punctum tendente. Ex hoc theoremate universa pendet attractionis doctrina.

Ex hoc ipso theoremate evidens est, velocitatem corporis in diversis curvæ punctis eo majorem fore, vel minorem, quo minor est, vel major recta a centro virium ad tangentem perpendiculariter ducta; nempe *velocitates sunt reciproce, ut perpendicula e centro virium in tangente demissa*. Etenim velocitates utcumque variabiles tempore infinite parvo tanquam uniformes considerari possunt; ob minimum, sive infinetisimum velocitatis incrementum, vel decrementum. Itaque velocitates uniformes per AB, BD sunt, ut spatia AB, BD iisdem temporibus minimis descripta; sunt autem spatia illa bases triangulorum æqualium ASB, BSD, quæ proinde sunt reciproce, ut perpendicula ex centro S in bases AB, BD demissa; sed polygono in curvam abeunte, latera AB, BD evadunt tangentes curvæ in punctis A, & B; erunt igitur velocitates in singulis curvæ punctis reciproce, ut perpendicula ex centro virium in tangentes demissa. Quod quidem corollarium eximiæ utilitatis esse, ex dicendis manifestum fiet.

II. Attractionem in variis curvis considerare solent, qui sublimiorem Physicæ doctrinam explicant; nos vero facilitati studentes in circulo dumtaxat rem considerabimus, atque hanc hypothesim ad physicam veritatem, quantum licet, accurate transferre conabimur. Revolvatur in peripheria circuli ACD corpus A (*Fig.* 4) quod ubi ad A pervenit, sublata vi tendente ad centrum,

trum, qua in circumferentia retinetur, per tangentem AB in infinitum excurreret; itaque ut corpus in peripheria detineatur, necessum est, vim aliquam perpetuo agere, quæ corpus urgeat versus D per spatium BC; interea dum mobile vi impressa progrederetur per spatium infinitesimum AB; his enim viribus conjunctis mobile describet lineam AC. Hæc omnia facile patent ex demonstratis de virium compositione. Vis, quæ exhibetur per BC, dicitur *attractio*, quam alio nomine vim *centripetam* appellavimus; vim autem, qua mobile ex arcu curvilineo transit ad tangentem, quæque exhibetur per CB, diximus vim *centrifugam*; ambæ autem vires communi nomine *centrales* vocantur. Igitur lineola BC exprimet vim centralem. Jam vero in circulo ducta chorda infinitesima AC, erit ob triangulorum ACD, ACM similitudinem AM vel BC : AC = AC : AD, ac proinde

$$AM, \text{ vel } BC = \frac{AC^2}{AD}$$; hoc est vis centralis in circulo est, ut quadratum chordæ divisum per diametrum: quia autem arcus infinitesimus, illiusque chorda æquipollent, loco chordæ substituere licet ipsum arcum, ideoque vis centralis est ut quadratum arcus divisum per diametrum, vel per radium; cum enim virium centralium rationem dumtaxat hæc formula exprimat; perinde est, sive diametrum, sive semidiametrum adhibeamus. Porro vis centralis nomen retinet attractio, etiam si vis illa ad unicum punctum non dirigatur: singulis temporibus directionem mutare potest; ut enim mobile

curvam describat, satis est, vis centralis directionem non conguere cum ipsa directione tangentis; quod quidem evidens est ex articulo præcedenti. His præmissis in proximo articulo fusius explicandis, sit

CONCLUSIO.

UNIVERSALEM INTER CORPORA OMNIA ATTRACTIONEM DEMONSTANT PHOENOMENA.

I. Circa solem revolvi observantur stellæ quinque, *planetæ*, sive *erraticæ* ideo appellatæ. Harum nomina sunt: *Mercurius: Venus: Mars: Jupiter: Saturnus*. Planetas illos ita circa solem revolvi, demonstrant observationes Astronomicæ, ut radiis ad solem ductis areas describant temporibus proportionales. Lex illa, qua planetæ circa solem areas describunt temporibus porportionales, ab inventore suo *Prima lex Kepleri* solet appellari. Saturnum comitantur stellulæ quinque, quæ satellites dicuntur, & Iovem quatuor; illi autem satellites, qui *planetæ secundarii* etiam appellantur, eadem lege circa planetas primarios revolvuntur, areas scilicet circa suos planetas, & circa solem ipsum describunt temporibus proportionales. Revolvitur quoque Luna circa terram nostram, radiisque ad ipsius centrum ductis areas describit temporibus, quam proxime proportionales. Igitur planetæ primarii vi centripeta tendunt in Solem, & planetæ secundarii tendunt quoque in suos primarios, atque in Solem ipsum; Luna etiam vi centripeta ungetur in terram. Porro actio-

ctioni æqualis est, & contraria reactio; ergo mutua est attractio, nempe planetæ attrahuntur a Sole, & viceversa Sol trahitur a planetis; satellites tendunt in planetas primarios, & contra planetæ primarii in secundarios, ac proinde Luna tendit in terram, & vicissim terra in Lunam. Hanc mutuam lunæ, tellurisque attractionem demonstrant astronomicæ observationes plurimæ, sed explicata Astronomiæ doctrina tota res deinde facilius intelligetur, quare mutuam planetarum attractionem nunc generatim ostendere satis erit. Cum inter planetas primarios, & secundarios, inter solem, & planetas singulos actio sit reciproca, inter varios planetas actionem quoque mutuam esse, ex analogia naturæ colligi potest; hanc autem ratiocinationem, quæ non satis firma fortasse videbitur, confirmant errores in Saturni, Jovisque motibus ex mutua illorum actione oriundi. Pro varia planetarum illorum distantia a sole, & a se invicem, pro diversa illorum mutua, & respectu solis positione, multæ in illorum motibus observantur inæqualitates, quæ nulli alteri causæ, quam mutuæ attractioni tribui possunt. Qua enim ratione alia fieri posset, ut planetæ illi pro varia positione suos motus turbarent? nisi vi aliqua attrahente, quæ in minoribus distantiis major est, in majoribus autem minor. Errores in Jovis, & Saturni motibus sese facilius Astronomis conspicuos præbent; certum enim est, planetas illos esse reliquorum omnium longe maximos, ac proinde & major esse debet actio mutua; sed hujus attractionis

legem in proximo articulo expendemus, & attrationis doctrinam magis, ac magis declarabimus.

II. Vim attractivam, qua sese mutuo petunt corpora cœlestia, inter corpora terrestria etiam vigere ostenditur exemplo lunæ. Satis accurate ponunt Astronomi, lunam motu uniformi circa terram revolvi in circulo, cujus radius æqualis est sexaginta semidiametris terrestribus. Itaque cum circulorum peripheriæ sint inter se, ut radii, erit orbis luminaris circumferentia circuli maximi terrestris circumferentia sexagesies major. Inventa autem est circuli maximi terrestris circumferentia pedum parisiensium 123249600, ac proinde nota est orbis lunaris peripheria, quæ sexagesies major est. Jam vero tempus periodicum lunæ, quo nempe luna circa terram revolvitur, est dierum 27. horarum 7. minutorum primorum 43. quia autem motus ponitur uniformis, facile invenitur spatium dato aliquo tempore descriptum, V. G. minuti unius primi tempore. Sunt enim spatia velocitate uniformi percursa directe ut tempora, quare per *regulam trium* dicatur: tempus totum periodicum lunæ est ad tempus minuti unius primi, ut tota lunaris orbis peripheria ad ejusdem orbis arcum tempore minuti primi descriptum. Datis autem in proportione tribus terminis, datur & quartus, ac proinde invenietur arcus minuti unius primi tempore descriptus, cujus arcus quadratum dividatur per lunaris orbis diametrum, habebitur, ex demonstratis, lineola BC, hoc est, vis centripeta lunæ; hæc autem li-

lineola inito calculo invenitur æqualis pedibus 15. $\frac{1}{12}$ parisiensibus; nempe talis est vis centripeta lunæ in distantia a terra semidiametrorum terrestrium sexaginta, ut luna, urgente vi illa, tempore minuti unius primi versus terram descenderet per spatium pedum 15. $\frac{1}{12}$. Jam fingamus, lunam accedere ad terram, erit velocitas lunæ sexagesies major; sunt enim velocitates reciproce, ut perpendiculares ex centro virium ad tangentes demissæ, hoc est in ratione semidiametrorum ex hypothesi orbis circularis. Itaque luna prope terram tempore sexagesies breviori, nempe minuto uno secundo describeret pedes 15. $\frac{1}{12}$; dato enim spatio velocitates uniformes sunt inverse ut tempora; sed hoc idem spatium eodem tempore percurrunt gravia terrestria: igitur vis centripeta lunæ, & vis centripeta terrestris sunt ejusdem generis, cum eamdem utraque mensuram habeat, eamdemque directionem. Ergo luna, graviaque terrestria tendunt in terram, atque etiam se mutuo trahunt corpora omnia terrestria non secus, ac faciunt cœlestia, per legem analogiæ.

III. Non solum in se mutuo tendunt corpora, sed etiam eadem vi mutua pollent omnes corporum partes; alioqui tota dissolveretur corporum, tellurisque compages. Illa autem attractio non solum mutua est, sed etiam æqualis; etenim distinguatur terræ moles in binas quascunque partes vel æquales, vel utcumque inæquales; jam si partium attractio mutua non foret, atque et-

iam æqualis, attractio minor cederet majori, & partes conjunctæ recta moveri pergerent in infinitum. Partes igitur sese mutuo æqualiter urgent, ita ut actioni semper æqualis sit, & contraria reactio, quæ quidem omnia allato jam antea magnetis exemplo illustrari possunt; quod autem dictum est de binis utcunque terræ sectionibus, idem quoque intelligitur de aliis quibuscunque corporum partibus. Itaque attractionem universalem demonstrant phænomena cœlestia, atque terrestria, ita ut hanc naturæ legem in dubium vocare non possit ingenuus Philosophus; quæcunque sit attractionis causa, quam deinde variis in locis data occasione expendemus. Hæc doctrina mortalibus omnibus tandiu ignota a Newtono tandem admirabili quadam felicitate in bono lumine collocata est. Extiterant sane, qui ante ipsum attractionem nominarent. Keplerus, qui motuum cœlestium leges felicissime detexit, earum causas per *magnetismum* quemdam explicare conatus est. Verum quæ hac de re protulit, tam incerta ratione deducta sunt, & plerumque etiam ita sunt absurda, ut cum iis comparata, quæ Nevvtonus certissima methodo invenit, pro nullis omnino haberi debeant. Hinc Nevvtonianæ doctrinæ parum doctos sese probant aliqui Philosophi, qui haud satis æqui rerum æstimatores inventionis gloriam hac in re Nevvtono eripere conantur.

Objicies; attractionis universalis doctrina maxime innititur prima Kepleri lege, qua nempe statuitur, planetas primarios circa solem, secundarios circa primarios areas tem-

temporibus proportionales describere; atqui lex illa nequaquam observatur, imo attractionis doctrinæ repugnat omnino. Et quidem in motibus Jovis, & Saturni demonstrant observationes astronomicæ variationes plurimas, quæ areas temporibus proportionales maxime perturbant. Tot mutationibus obnoxii sunt lunares motus, ut nulli fere legi subjiciantur; easdem mutationes patiuntur Satellites Jovis; ergo &c.

Res. Distinguo min. lex illa non observatur *accurate*, concedo min. *quam proxime*, nego min. & conseq. Re quidem vera erroribus plurimis obnoxii sunt corporum cœlestium motus, sed errores illi attractionis doctrinam apprime confirmant; ut jam observavimus. Demonstratum quidem est, areas temporibus proportionales esse; verum in hac demonstratione unius dumtaxat corporis vim centripetam consideravimus, neque errores ex mutua aliorum corporum attractione oriundos æstimavimus. Porro Kepleri legem aliquantulum perturbat mutua planetarum attractio, & præsertim in Jove, & Saturno ob majorum illorum massam. At aberrationes illæ in minoribus dumtaxat planetarum distantiis conspicuæ fiunt; quo magis autem a se invicem recedunt planetæ, eo minores deprehenduntur errores, atque tandem evanescunt. Eadem est ratio, cur variationes plurimas experiatur Luna ob variam scilicet Telluris Solisque positionem, variamque illorum distantiam. Tandem varia satellitum jovialium positio, diversaque distantia aliquam in illorum motibus mutationem afferre debent. Sed omnes illos errores ad calculum revocare norunt Geome-

træ, quorum quidem diligentiam, & peritiam demonſtrat calculorum cum obſervationibus aſtronomicis ſumma conſenſio. Itaque ex præcedenti objectione nihil aliud colligi poteſt, niſi pro varia corporum maſſa, variaque diſtantia diverſam quoque eſſe attractionem. Addere jam ſatis erit, probatam quoque manere vim attractivam, etiamſi corpora cœleſtia areas temporibus proportionales non deſcribant; evidens enim eſt ex demonſtratis de virium compoſitione, ſine vi aliqua centripeta nullum fieri poſſe motum curvilineum, quæcumque ſit vis centripetæ directio; igitur curvilinei plenetarum motus vim aliquam centripetam, ac proinde attractionem demonſtrant.

Inſtabis 1. Ex illa mutua attractione ſequeretur univerſi ſyſtematis planetarii confuſio. Si enim planetæ ſe mutuo attrahant, progreſſu temporis in ſe mutuo præcipites ruere debent, atque tandem in eamdem cum ſole maſſam coaleſcere. Ergo &c.

Reſp. Nego Ant. cujus probatio tota facile evaneſcit, ſi attendamus, planetas duabus viribus urgeri, una ſecundum directionem tangentis, altera autem centripeta. Et quidem ſine virium illarum compoſitione nullum orbem curvilineum deſcribi poſſe, ſæpius demonſtravimus. Et certe ſola vi centripeta in ſe mutuo ruerent corpora omnia, atque in rudem, indigeſtamque molem tandem rediret totus hujus univerſi ordo. At omnipotenti, divinaque manu ita inter ſe temperati fuerunt cœleſtes motus, ut planetæ in orbibus ſuis circa ſolem certa,

ta, & admiranda lege regantur, atque retineantur.

Instabis 2. Stellæ fixæ eamdem perpetuo a se invicem distantiam servant, suisque locis immotæ manent; iis ergo nullus impressus est motus, ac proinde sola remaneret vis centripeta, qua stellæ fixæ in unum tandem coirent globum. Itaque sic argumentari licet: universam mundi compagem perturbaret attractio illa, qua stellæ fixæ in se mutuo tenderent, atque in unicam tandem coalescerent massam; atqui &c. ergo &c.

Resp. Neg. min. etiamsi nullus stellis fixis impressus fuerit motus, tanta tamen esse potest stellarum a se invicem distantia, ut mutua attractio, quam ex distantia pendere observavimus, omnino evanescat. Præterea certissimum est, stellas esse totidem soles proprio lumine fulgentes, circa quos probabilissimum est revolvi non secus, ac circa solem nostrum diversa planetarum systemata. Si autem hæc fiat hypothesis, jam facile intelligitur, stellas singulas in proprio virium centro quiescere, vel nihil fere moveri, atque ex systematum omnium conjunctione, & æquilibrio sua mundanæ machinæ constabit firmitas; luculentissimum sane divinæ intelligentiæ, & omnipotentiæ argumentum.

Instabis 3. Attractio universalis inter corpora terrestria sese conspicuam præberet; globi duo in ipsa telluris superficie magno etiam dissiti intervallo ad se mutuo tenderent, atque tandem ad contactum pervenirent; non secus ac faciunt magnes, & fer-

rum; atqui mutuus ille acceſſus non obſervatur; ergo &c.

Reſp. Nemo maj. Corpora quælibet tendunt in ſe mutuo, ſed tendunt quoque in terram. Porro attractionem univerſalem ex quantitate materiæ pendere, jam obſervavimus, illamque attractionem, cæteris paribus, eſſe, ut quantitatem materiæ, in proximo articulo demonſtrabimus. Itaque cum quantitas materiæ in terra immenſe ſuperet quantitatem materiæ in prædictis globis, patet attractionem globorum verſus terram eſſe fere infinite magnam, ſi conferatur cum mutua globorum attractione, quæ proinde tantilla eſt, ut ſentiri nequaquam poſſit. At ſi tanta ſit corporum maſſa, ut cum ipſa quantitate materiæ in terra ſatis magnam habeat rationem, jam ſub ſenſus cadere poterit attractio. Magna obſervationum ſubtilitate hanc attractionem expertus eſt D. Bouguer unus ex doctiſſimis Pariſienſibus Academicis, qui laborioſum, æternaque fama digniſſimum iter aggreſſi ſunt ad definiendam telluris figuram. Probe ingentem montem in Peruvio, qui dicitur *Chimboraco*, pendulum conſtituerat vir clariſſimus; obſervavit autem, filum penduli ſeptem minutis ſecundis cum dimidio a perpendiculo aberrare, ab ipſo ſcilicet monte attractum. Quo autem artificio, & quanta diligentia uſus fuerit D. Bouguer, legere eſt in eximio opere de figura telluris. Quod autem ſpectat exemplum magnetis, & ferri, ad præſentem caſum trahi non poteſt. Agitur enim de attractione univerſali, attractio autem magnetica eſt alterius plane ge-

generis, & ad magnetem, ferrumque dumtaxat pertinet. Hæc pauca dicta sint de attractione universali, quæ quidem ex tota hujus capitis serie magis ac magis intelligetur, sed confirmabitur maxime, dum suo loco astronomicum systema explicabimus.

ARTICULUS II.

De prima attractionis lege.

I. AD investigandam attractionis legem virium centralium doctrinam in circirculo considerabimus; hanc facili ratiocinatione demonstravit Nevvtonus. Ponamus, corpora duo in circulorum peripheriis revolvi; haberi possunt circuli illi tanquam polygona similia ex lateribus numero infinitis, & infinite parvis composita. Quare moveri intelligantur corpora in polygonorum suorum latere aliquo, seclusa vi centripeta, secundum hujus lateris directionem pergerent in infinitum; dum ergo ex latere uno polygoni in aliud latus proxime contiguum transseunt, vi centripeta in polygoni angulum incurrunt. Vis autem, qua polygoni angulum feriunt, est quantitas motus, nempe ictus magnitudo est, ut massa per velocitatem multiplicata, eritque vis centralis tota, ut magnitudo ictus, & numerus ictuum simul. At quo major est velocitas, & quo minor circumferentia circuli, eo major est ictuum numerus eodem tempore; ergo numerus ictuum est, ut velocitas directe, & circumferentia inverse. Quare vis centralis, quæ est, ut ictus magnitudo, & numerus ictuum conjunctim, erit in ratione composita

ſita directa quantitatis motus, & velocitatis, atque inverſa radii, ſive quod idem eſt, ut productum ex maſſa in quadratum velocitatis diviſum per radium. Plurimæ leguntur hujus principii demonſtrationes, ſed hanc anteponimus quæ ex ipſa virium centralium natura facile derivatur. Jam corporum maſſæ dicantur M, m, circulorum circumferentiæ C, c, velocitates V, v, tempora T, t, vires centrales F, f, circulorum radii R, r. Erit $F : f = \frac{M. V.^2}{R} : \frac{m. v^2}{r}$. Quia vero in circulo velocitates ſunt uniformes, ac proinde ut ſpatia deſcripta, ſive circumferentiæ directe, & tempora inverſe, erit $V : v = \frac{C}{T} : \frac{c}{t} = \frac{R}{T} : \frac{r}{t}$, ob circumferentias radiis proportionales. Quare tandem habebitur $F : f = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$; jam ponantur maſſæ æquales, itemque tempora æqualia, erunt vires centrales, ut circulorum radii. Fingantur, vires centrales decreſcere, ut creſcunt quadrata diſtantiarum a centro, hoc eſt, ponantur vires centrales in ratione duplicata inverſa diſtantiarum; erunt $F : f$ ut $\frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2}$, ac proinde in proportione præcedenti $F : f = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$, erit

M·m

$\frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2} = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$, positisque massis M, m æqualibus, fiet $\frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2} = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$, ideoque $R^3 : r^3 = T^2 : t^2$, hoc est, cubi distantiarum sunt, ut temporum quadrata; si vires centrales fuerint, ut distantiarum quadrata inverse. Et vice versa si ponantur cubi distantiarum, ut temporum quadrata; erit in præcedenti analogia $F : f = \frac{R}{R^3} : \frac{r}{r^3} = \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$. Nempe vires centrales sunt, ut quadrata distantiarum reciproce. Probe autem tenendæ sunt hæ duæ virium centralium leges, quibus tota innititur Astronomia. Prima: *Si corporum in circulis revolventium vires centrales fuerint in ratione duplicata inversa distantiarum a centro, erunt temporum periodicorum, sive revolutionum quadrata, ut cubi distantiarum.* Secunda: *Si temporum periodicorum quadrata fuerint, ut cubi distantiarum, erunt vires centrales in ratione duplicata inversa distantiarum.* Demonstratæ hactenus virium centralium leges virorum non Geometrarum oculis repræsentari solent ope machinæ, quæ virium centralium machina solet appellari. Hanc autem machinam utpote oculis melius quam explicatione ulla usurpandam prætermittimus.

II. Notissima est omnibus curva, quæ *ovalis* vulgo dicitur, a Geometris autem *Elly-*

Ellypsis frequentius appellatur. Si per duo puncta, quæ in Ellypseos circumferentia a centro magis distant, ducta intelligitur recta, quæ per Ellypseos centrum transeat, hæc dicitur *axis major*, ad quem si perpendiculariter erigatur recta per centrum transiens, & ad circumferentiam utrinque terminata, hæc vocabitur *axis minor*. Jam vero si ex duabus axis minoris extremitatibus hinc & inde ad partes centri oppositas ducta intelligatur recta ad axem majorem, quæ recta æqualis sit dimidio axi majori, habebuntur in axe majore puncta duo, quæ Ellypseos *foci* appellantur. His præmissis definitionibus ex observationibus astronomicis notum est, planetas revolvi in Ellypsibus, quarum focum unum communem sol occupat. Quamvis autem hæc sola curva cœlestibus motibus accuratissime respondeat, quia tamen circularis planetarum orbita non multum ab astronomicis observationibus aberrat, imo nihil fere in quibusdam planetis, in re præsenti sine errore hanc hypothesim, quæ ad veritatem proxime accedit, facere licet. His explicatis sit

CONCLUSIO.

ATTRACTIONIS UNIVERSALIS LEX EST, UT CORPORA OMNIA SESE ATTRAHANT IN RATIONE DIRECTA MASSARUM, ET DUPLICATA INVERSA DISTANTIARUM.

Demonstratur 1. Planetæ revolvuntur in Ellypsibus circa Solem, quarum focum unum communem Sol occupat. Hæc autem curva a planetis circa Solem descripta prædictam attra-

attractionis legem omnino postulat; demonstrant scilicet Geometræ, corpus aliquod in Ellypsi revolvi non posse vi tendente ad focum, nisi vis centripeta decrescat in ratione duplicata distantiarum ab eodem foco. At cum hæc demonstratio pendeat ex ipsa Ellypseos natura, de qua nihil tradidimus, satius est planetarum orbitas velut circulares considerare, quod quidem satis accurate fieri posse, jam observavimus. Porro demonstrant observationes astronomicæ, temporum periodicorum quadrata in planetis esse, ut cubi distantiarum a Sole; ergo vis planetarum in Solem decrescit in ratione duplicata distantiarum a Sole. Hæc temporum periodicorum, & distantiarum ratio, quæ celeberrimo *Keplero* debetur, appellari solet: *Lex secunda Kepleri*. Hanc autem legem non solum servant planetæ primarii circa Solem, sed etiam planetæ secundarii circa primarios. Mutuam planetarum perturbationem, lunaresque inæqualitates laboriosissimo, & fere insuperabili calculo in hac attractionis lege nuperrime investigarunt doctissimi viri, & calculum cum observationibus astronomicis accurate consentire, testantur diligentissimi Astronomi; imo eo pervenit, quod sperare vix fas erat, doctissimus, mihique amicissimus dominus *Clairaut*, ut Cometarum reditum prædicere Astronomos docuerit; neque celeberrimi viri laborem fefellit eventus, cum anno proxime elapso 1759. paucorum dierum intervallo a calculis aberraverit reditus Cometæ, qui anno 2682 apparuerat. Quæ cum ita sint, Nevtonianam attractionis legem demonstrant

ob-

observationes astronomicæ, neque eam in dubium vocare possunt, qui demonstrationis vim sentiunt.

II. Eamdem attractionis legem terrestribus quoque corporibus convenire ex analogia naturæ colligi potest; at rem ipso corporum terrestrium exemplo ostendamus. Quod ut fiat, in memoriam revocandum est, vim centripetam lunæ esse ejusdem generis cum gravitate terrestri; vi enim centripeta describeret luna pedes $15.\frac{1}{12}$ minuto uno secundo, non secus ac faciunt corpora terrestria. Jam vero investigari poterit spatium vi eadem centripeta lunari prope terram descriptum tempore minuti unius primi, seu minutorum secundorum sexaginta; etenim compertum est experimentis, gravia terrestria hac lege descendere, ut nempe spatia descripta semper sint, ut quadrata temporum, quare per regulam trium dicatur $1'' : 15\frac{1}{12} = 60 \times 60'' : 15\frac{1}{12} \times 60 \times 60''$; in hac proportione virgulæ $''$ designant minuta secunda, quemadmodum virgula designare solet minuta prima. Itaque spatium minuti unius primi tempore prope terram a luna descriptum erit $15\frac{1}{12} \times 60 \times 60$; sed spatium a luna eodem tempore descriptum in distantia a terra semidiametrorum 60 est $15\frac{1}{12}$. Quare cum vires sint, ut spatia iisdem temporibus descripta, erit vis centripeta lunæ in telluris superficie ad vim centripetam in distantia

tia ſemidiametrorum terreſtrium ſexaginta, ut $15\frac{1}{12} \times 60 \times 60$ ad $15\frac{1}{12}$, ſeu ut 60×60 60×60 ad I; quare ſi ſemidiameter terreſtris repræſentetur per I, erit diſtantia mediocris lunæ a terra ut 60, ac proinde 60×60 erit hujus diſtantiæ quadratum. Quare cum quadratum unitatis ſit I, erit vis centripeta lunæ in ſuperficie telluris ad vim centripetam lunæ in diſtantia mediocri a terra, ut mediocris diſtantiæ quadratum ad quadratum ſemidiametri terreſtris, hoc eſt, in ratione duplicata inverſa diſtantiæ. Itaque eadem lex obtinet quoque in corporibus terreſtribus. Porro obſervandum eſt, attractionem conſiderari poſſe vel in corpore attrahente, vel in corpore, quod attrahitur. Si primum, vis illa *attractionis* nomen retinet; ſi ſecundum *gravitas* appellatur. Quia autem omnis attractio mutua eſt, patet, hanc eſſe univerſalem gravitatis legem, ut nempe ſe habeat in ratione directa maſſæ, & duplicata inverſa diſtantiæ.

Objicies. Prædictam attractionis legem demonſtrare non poſſunt Aſtronomorum calculi, atque obſervationes, niſi cognitæ ſint planetarum maſſæ; ita enim componi poteſt maſſarum, & diſtantiarum ratio, ut eadem prodeant phænomena; atqui cognita non eſt planetarum maſſa; qua etenim ratione corporum remotiſſimorum maſſæ explorari, atque, ut ita dicam, ponderari poſſunt? Ergo &c.

Reſp. Nego maj. & min. & I. quidem ut definiri poſſit lex attractionis, ſatis eſt ex obſervationibus aſtronomicis innoteſcere curvi-

vilineas planetarum orbitas, illorumque tempora periodica, ut ex præcedentibus demonstrationibus patet; sed hæc duo certissimis observationibus constant, ergo ad determinandam generalem gravitatis legem necessarium non est, perspectas esse planetarum massas. 2. Quamvis imperito hominum vulgo res absurda videatur planetarum massas ad calculum revocare; Geometris tamen non desunt methodi, quibus id obtinere possunt. Methodum ex præmissis principiis facile colligendam hic explicare non abs re erit. Sint planetæ duo M, m, quos comitentur satellites ad distantias A, a revolventes, temporibus T, t; erunt satellitum vires centripetæ $\frac{M}{A^2}$, $\frac{m}{a^2}$; sunt enim attractiones versus M, m in ratione directa corporis attrahentis, & duplicata inversa distantiæ. Præterea vis centrifuga æqualis est vis centripetæ, & satellitum vires centrifugæ sunt $\frac{A}{T^2}$ $\frac{a}{t^2}$: quare erit $\frac{M}{A^2} : \frac{m}{a^2} = \frac{A}{T^2} \frac{a}{t^2}$. Hinc data ratione A ad a, & T, ad t, dabitur quoque ratio M ad m, nempe ratio massarum in duobus planetis primariis. Itaque hoc modo innotescere poterit ratio massarum in Jove, Saturno, Terra, & Sole ipso; illi enim planetæ suos habent Satellites, ne excepto quidem Sole, circa quæ planetæ tanquam Satellites revolvuntur; præterea etiam datur ratio distantiarum Satellitum a planetis primariis, atque eorumdem Satellitum tempora periodica. Ex his principiis innotuit quantitates in Sole, Jove, Saturno, & Ter-

Terra esse inter se, ut numeri sequentes $\frac{1}{1067}$. $\frac{1}{3021}$. $\frac{1}{169282}$. Verum hæc methodus valet dumtaxat in planetis, qui Satellites habent; hinc in Mercurio, Venere, & Marte, cum Satellitibus careant, quantum hactenus per observationes judicium ferre licet, non ita accurate innotescit massarum ratio. Hanc quidem methodum explicare placuit, tum ob rei ipsius utilitatem, tum ut vobis demonstretur superba quorumdam hominum imperitia, qui velut absurdum, ridiculumque traducunt, quod ipsi non intelligunt, a quo quidem gravissimo errore vos longe alienos volo.

Instabis 1. Lex attractionis in ratione distantiarum duplicata decrescentis contraria omnino est gravitatis terrestris legi. Etenim experimentis constat, vim gravitatis in eodem terræ loco, & in diversis a tellure distantiis eamdem manere; si corpus aliquod manu sustineamus, sive in summa turri, sive in ima, eamdem pressionem sentimus; crassior quidem est hæc æstimatio; at res accuratius definiri potest, si in summa turri statere brachiis imponantur corpora duo, quæ sint in æquilibrio, deinde corpus alterutrum e lance ipsa filo suspendamus, ac paulatim demittamus, æquilibrium manere experiemur in diversis etiam a terra distantiis. Quare sic argumentari licet: attractio illa non decrescit in ratione distantiarum duplicata, quæ in diversis a tellere distantiis eadem observatur; atqui &c. ergo &c.

Resp. distinguo maj. Si distantiarum differentia fuerit satis magna, concedo maj. Secus,

cus, nego maj. D. M. nego consequentiam. Quamvis gravitas terrestris decrescat in ratione distantiarum duplicata a centro telluris, in exiguis tamen à terra distantiis gravitatem terrestrem, velut constantem, & perpetuo eamdem considerare licet. Etenim tantilla est distantiarum, in quibus experimenta sumi possunt, differentia, ut pro nulla omnino haberi debeat, si cum integra telluris semidiametro conferatur, quod exemplo patebit. Ponamus, haberi experimentum in vertice montis omnino altissimi insularum Canariarum dicti *Pico de Tenerif*, cujus altitudo sit trium milliarium. Jam vero semidiameter telluris ponatur circiter quatermille milliarium; sumptis quadratis erit gravitas in montis vertice ad gravitatem in montis radice, ut 16000000 ad 16024009, quæ quidem ratio est quam proxime ratio æqualitatis, ita ut gravitatis differentia nullo experimento sentiri possit. Cæterum de gravitate constante, illiusque directione tractabimus in Capite sequente; quare hæc pauca dicta sint.

Instabis 2. Ad demonstrandam gravitatis legem hac ratiocinatione utuntur plerique Physici. Sit A (*Fig.* 5.) punctum, a quo undique emanet qualitas quælibet secundum rectas AB, AC, AD &c. per totum spatium indefinite protensas. Jam vis hujus qualitatis decrescit in ratione duplicata distantiæ, nempe erit vis illa in D ad vim in G, ut quadratum distantiæ AG ad quadratum distantiæ AD. Etenim cum (ex hypothesi) qualitas undique in orbem per lineas rectas diffundatur, evidens est, qualitatis hujus vim, seu intensitatem eo majorem esse,

quo

quo majori copia, confertiusque accumulantur ejusdem qualitatis radii; sed cum idem sit in unaquaque superficie HDB, KGE, radiorum numerus, patet radios illos eo confertiores esse, quo minor est circulorum superficies, ita ut spissitudo, sive densitas radiorum semper sit in ratione reciproca superficierum; sed circulorum superficies sunt in ratione duplicata radiorum; ergo virtus e centro propagata, quæ est, ut circulorum superficies reciproce, erit, ut quadratum distantiæ a centro inverse. Hoc argumento utuntur Physici fere omnes, & ad solis, planetarumque actiones allatam demonstrationem transferunt; quod quidem quam perperam faciant, facile patet; fingunt enim attractionem effluviorum instar propagari; ergo &c.

Resp. Ad totam hujus argumenti seriem frustra nobis objici præcedentem demonstrationem, quam non solum non adhibemus, sed contra longe rejicimus; & quidem reprehendi omnino debet talis hujus demonstrationis usus, qui tamen in plerisque Physicorum libris legitur. Præcedens demonstratio transferri quidem potest ad propagationem luminis, cujus intensitas decrescit in ratione duplicata distantiarum a puncto radiante; verum proculdubio errant Physici, qui de omnibus qualitatibus a dato puncto in sphæram diffusis eamdem legem pronuntiant. Et certe id verum non est, nisi addatur, qualitatem illam progredi motu uniformi, & nullam ejus partem sisti, vel dissipari. Si enim celeritas mutetur, radii, qui dato aliquo tempore in orbe uno concluduntur, non continebuntur in orbe altero; sed

ma-

magis, vel minus, prout vel retardabitur motus, vel accelerabitur. A vero igitur aberrant, qui ad æstimandam quantitatem odoris e dato globo emissi, assumunt odoris intensitatem decrescere in ratione duplicata distantiarum. Neque enim verisimile est, motu uniformi recta progredi odoriferas particulas, quarum plurimæ circa ipsum corpus, a quo emanant, hærent ipsi aeri admixtæ; aliæ autem spirante vento inde evelluntur, & longius abeunt. Sed multo minus ad definiendam attractionis legem trahi potest præcedens demonstratio: & quidem attractio considerari non potest qualitatis instar per radios diffusæ. Præterea intelligi nequaquam potest, quid ad attractionem conferre valeat illa corpusculorum emissio. Hanc objectionem afferre placuit, ut moneantur studiosi adolescentes, philosophicis ratiocinationibus temere, & non sine examine credendum esse.

ARTICULUS III.

De altera attractionis specie.

I. IN præcedenti articulo illam dumtaxat consideravimus attractionem, quæ inter magna corpora, & ad distantias satis magnas exercentur; at inter minimas corporum particulas in ipso contactu, & in minimis intervallis viget potentissima attractio, cujus legem investigabimus. Sed præmittenda sunt experimenta aliqua. Inter minimas fluidorum particulas mutuam attractionem exerceri, demonstrat ipsa guttarum fluidarum tenacitas, atque rotunditas; duæ guttæ fluidæ in minima distantia sese attrahunt, & in majorem

jorem guttam coalescunt: eamdem mutuam attractionem inter corpora dura, & fluida ostendunt etiam experimenta. Si lamella vitrea superficiei aquæ admoveatur, ita ut ipsam aqua lambat, non sine conatu aliquo lamellam ab aqua distrahi posse sentiemus, nempe per totam lamellæ superficiem minimæ aquæ columnæ adhærescunt, quæ tandem aucta vel tantisper distantia, proprio pondere relabuntur. Neque prætermittenda sunt præclarissima de lucis inflexione, & attractione experimenta. Si in cubiculo undique clauso, & satis tenebroso per foramen exiguum admittantur solares radii, qui deinde prope corporis alicujus aciem transeant, radius aciei proximior vi maxima a corpore attrahetur, atque inflectetur, & postea reflectetur; ordine succedent radii alii, qui attrahentur minus, donec, crescente paululum distantia, oculorum aciem fugiat attractio. Inter corpora dura eamdem attractionis speciem vigere demonstrant vulgatissima experimenta. Si duæ lamellæ vitreæ sibi invicem arcte approximantur, lamellas illas non sine magno conatu a se mutuo avelli posse, experiemur, atque etiam attractionem quamdam sentimus, licet subtilissimis filis separatæ sint lamellæ; sed crescente tandem filorum crassitie, attractio omnis evanescit. Probe notari debent hæc experimenta, illorumque conditiones. In omni corporum specie inter corpora quælibet hæc attractio exercetur; sed ea conditione, ut in contactu, & prope contactum sit maxima, in distantiis autem etiam valde exiguis evanescat.

II. Demonstrata in articulo præcedenti attractionis lex descriptis experimentis satisface-

facere non poteſt. Etenim intelligantur coni ſimiles PAE$_A$, PMB$_M$, quorum vertex communis P, (*Fig. 6.*); ponantur, ſingulæ conorum partes attrahi verſus P in ratione duplicata inverſa diſtantiarum, fingaturque, conos illos dividi in ſuperficies innumeras ſphæricas; erit attractio ſuperficiei M$_M$, ad attractionem ſuperficiei A$_A$, ut ſuperficies ipſæ directe, & quadrata diſtantiarum inverſe, ex hypotheſi. Sunt autem ſuperficies, ut quadrata diametrorum, & ob triangula PM$_M$, PA$_A$ ſimilia diametri ſunt, ut diſtantiæ; ergo attractiones ſunt, ut quadrata diſtantiarum directe, & earumdem diſtantiarum quadrata inverſe, nempe attractio ſuperficiei A$_A$ erit ad attractionem ſuperficiei M$_M$, ut $\frac{PA^2}{PA^2}$ ad $\frac{PM^2}{PM^2}$ hoc eſt ut $\frac{PA^2}{PA^2}$ ad $\frac{PA^2}{PA^2}$, ſcilicet in ratione æqualitatis. Quare ſi attractio, quæ in diſtantia qualibet eadem manet, dicatur A; erit attractio coni truncati M$_M$A$_A$ ad attractienem coni PM$_M$, ut A×MA ad A×PM, ſive ut MA ad PM; ac proinde ſi fuerint PM, MA æquales, attractio in contactu P haud erit validior, quam in qualibet a contactu diſtantia, quod quidem manifeſte repugnat recenſitis experimentis.

III. Prima attractionis ſpecies, de qua in articulo præcedenti ſermonem habuimus, pendet ex quantitate materiæ; at præſens attractio in minimis dumtaxat exercetur intervallis, ac proinde ad eas non extenditur ejuſdem etiam corporis particulas, quæ ſunt a contactu longius poſitæ. Itaque licet hæc attractio certam quoque diſtantiarum legem ſer-

ſervare debeat, illæ tamen diſtantiæ non a corporum centro, ſed ab ipſa ſuperficie computandæ ſunt; atque hoc alterum eſt diſcrimen inter utramque attractionis ſpeciem. Etenim dum in præcedenti capite diximus, attractionem eſſe in ratione duplicata inverſa diſtantiæ, hanc diſtantiam ab ipſa corporum ſuperficie æſtimare non licet, niſi corporum diametri cum mutua corporum diſtantia comparatæ rationem valde exiguam habuerint; quod quidem in præcedenti capite ponebamus. Jam vero mutuam ſphærarum attractionem conſiderabimus. Intelligatur corpuſculum aliquod extra ſphæram poſitum, & a ſingulis ſphæræ particulis attractum in ratione diſtantiarum duplicata inverſa. Fingatur, ſphæram illam condenſari, ita ut tota coeat in centrum; partes anteriores a corpuſculo recedentes aliquam vis attractivæ partem amittunt, in ratione ſcilicet duplicata ſemidiametri; ſed hanc mutuam attractionem lucrantur partes aliæ oppoſitæ, ita ut attractionis decrementum ex una parte incremento ex partes altera compenſetur: quare eadem manet attractio tota, ſive partes circa centrum diſpergantur, ſive in centro colligantur. Quia vero quælibet materiæ particula aliam quamlibet attrahit in ratione duplicata inverſa diſtantiæ, evidens eſt, corpuſculum in utroque caſu eadem lege a ſphæra attrahi, nempe in ratione duplicata inverſa diſtantiæ a centro. Cum eadem ratiocinatio de ſphæris duabus inſtitui poſſit; patet, ſphæras duas ſeſe mutuo attrahere in ratione duplicata inverſa diſtantiarum a centro, non vero ab ipſa ſuperficie. Hanc attractionis legem ratiocina-

tione magis geometrica demonſtrant Philoſophi, qui attractionis doctrinam ſublimiori modo explicant. Nobis vero, quibus difficiliora tractare non licet, rem indicaſſe ſatis ſit. Jam vero utriuſque attractionis conſtituto diſcrimine, ſit

CONCLUSIO.

Præter attractionis legem in ratione distantiarum duplicata decrescentem admittenda est lex alia in ratione plusquam duplicata decrescens.

Demonſtratur 1. Attractio illa ſatis non eſt, quæ omnibus attractionis effectibus non ſatisfacit; atqui &c. ergo &c. Major eſt evidens. Minor autem patet ex phænomenis modo recenſitis, & ex aliis jamjam declarandis. Si vis attractiva decreſceret in ſola ratione duplicata diſtantiarum, paulo major foret vis illa in contactu, quam in exiguis a contactu diſtantiis, quod repugnat experimentis. Harum virium rationem ex radiorum lucis inflexione calculo æſtimavit Nevvtonus, & invenit, in minimis a contactu diſtantiis attractionem eſſe ad vim gravitatis, ut 10000000000000000 ad unitatem; quæ quidem tanta virium differentia eidem attractionis legi tribuenda non eſt ...... 2. Quoniam hæc vis attractiva in contactu dumtaxat, vel prope contactum exercetur, evidens eſt corporis attrahentis maſſam ad majorem attractionem nihil conferre, ſed contactus magnitudini attractio illa proportio-

tionalis est. Quia tamen minimæ particulæ non longe a contactu, neque extra ipsos attractionis limites sunt positæ, attractionem auget minimarum particularum densitas. Hinc si marmora duo jungantur, & oleo, vel pice, aut etiam aqua perfundantur; validius inter se cohærent, ob auctam contactus magnitudinem. Augetur cohæsio, si calefiant liquores, quibus superficies imbuuntur; hoc enim artificio poros altius penetrant liquorum particulæ, minima interstitia facilius subeunt, augetur minimarum partium densitas, ideoque & attractio. En alterum utriusque attractionis discrimen; prima enim attractio quantitati materiæ proportionalis est, non autem contactus quantitati. Itaque in minimis particulis attractio est, ut densitas particularum, & superficies simul, cæteris paribus; quia vero superficies sunt, ut quadrata diametrorum, soliditates autem, ut earumdem diametrorum cubi, evidens est, minimas particulas, quæ ratione soliditatis majorem habent superficiem, fortius cohærere; contra corpuscula, quorum minor est contactus, quales sunt minimi globuli eximie perpoliti, facilius a se invicem distrahuntur; atque hinc fluiditatis rationem reddunt aliqui Physici; sed hac de re in Physices progressu sermonem habebimus.

Si quis autem a nobis requirat talem attractionis legem, quæ in minimis, magnisque distantiis possit phænomenis satisfacere, haud difficile erit demonstrare, innumeras esse posse hujus attractionis leges; quænam vero in rerum natura obtineat, nulla experimentorum subtilitate definiri potest. Legem unicam in exemplum afferre satis erit.

Ponamus, legem attractionis ex duobus terminis esse compositam, quorum primus sit, ut quadratum distantiæ inverse, alter autem, ut distantiæ cubus etiam inverse. Jam si distantia dicatur D, erit in hac hypothesi lex attractionis $\frac{A}{D^2} + \frac{B}{D^3}$ litteræ A, & B designant quantitates quaslibet finitas. Fingamus, distantiam minimam seu infinitesimam, erit D^2 quantitas infinitesima ordinis secundi, & D^3 quantitas infinitesima ordinis tertii; quare evidens est quantitatem $\frac{B}{D^3}$ esse infinitam, si conferatur $\frac{A}{D^2}$; cum ac proinde in distantiis minimis evanescit ratio duplicata inversa distantiæ. Rursus si distantia ponatur valde magna, erit D^3 quantitas maxima si conferatur cum D^2. Igitur $\frac{B}{D^3}$ erit quantitas minima respectu $\frac{A}{D^2}$, ideoque in distantiis maximis sola valebit ratio duplicata inversa distantiæ. Quare si talem fingamus attractionis legem ex duobus terminis compositam, quorum unus exprimat rationem duplicatam inversam distantiarum, alter autem inversam triplicatam, evidens est, talem legis compositionem ita se habere, ut in contactu, minimisque distantiis sola vigeat attractio in ratione triplicata inversa, in distantiis autem paulo majoribus sola supersit attractio in ratione inversa duplicata. At diligenter observandum est, propositam attractionis legem exempli loco dumtaxat habendam esse; infinitæ enim hu-

jus-

jusmodi leges excogitari possunt. Præterea si proposita lex accurate servaretur, attractio in contactu tanta foret, ut corporum cohæsio nullo pondere frangi posset; foret enim cohæsio respectu gravitatis infinita, quod est absurdum. Igitur patet, hanc attractionis legem considerari posse tamquam exemplum; quo intelligatur, minime repugnare talem attractionis legem ex ratione duplicata inversa distantiarum compositam, & ex alio termino, ita ut in contactu, vel prope contactum secundus legis terminus habeat ad primum rationem valde magnam, non tamen infinitam; contra autem in distantiis paulo majoribus primus terminus ad secundum habeat rationem valde magnam, sed tamen finitam; verum, ut jam supra observavimus, legem hanc licet reipsa existentem, & minime commentitiam nemini divinare hactenus licuit, neque unquam fortasse licebit.

Objicies. Admittenda non est lex illa, quæ analogiæ naturæ repugnat; atqui &c. ergo &c. Probo minorem. Universalissima naturæ lex est attractio decrescens in ratione duplicata distantiarum. Repugnante ergo analogia naturæ, alia fingitur lex omnino ignota, & mere arbitraria.

Resp. Nego min. ad cujus probationem dico, optimam quidem philosophandi regulam esse naturæ analogiam, sed ea abutendum non esse; neque enim contra hanc philosophandi regulam peccatur, si alias admittamus leges, quas phænomena omnino postulant. Præterea simplicitati, & analogiæ naturæ minime obstat prædicta lex ex duobus terminis composita; hæc enim tanquam

simplicissima, & unica naturæ lex haberi debet. Sed quidquid sit, supremo rerum omnium creatori leges quis audebit præscribere? Deus optimus maximus eas, quas, & quot voluit, leges ad consequendos in creatione præstitutos fines sapientissime constituit. Et certe vis magnetica, & electrica ad generalem attractionis legem revocari nequaquam potest. Itaque analogia naturæ perperam abuteretur, qui omnia attractionis phænomena ad unicam legem reducere tentaret. Natura quidem simplex est, sed simplicitatem hanc solus novit supremus naturæ auctor, qui res omnes, illarumque relationes unico intuitu perspicit: naturæ simplicitatem intueri datum non est nobis mortalibus, qui facta dumtaxat seorsim consideramus, sed rerum, causarumque nexum ignoramus.

Instabis 1. demonstrant Geometræ, singulares sphærarum particulas, ipsasque etiam sphæras attrahi in ratione duplicata inversa distantiarum. Ita telluris globus suam attractionem exercet in ratione duplicata inversa distantiæ, & singulæ globi terrestris particulæ eamdem servant attractionis legem; at si lex attractionis ex duobus componatur terminis, jam attractio particularum, & sphæræ totius eadem non est. Ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego minorem. Eamdem quidem legem attractionis in sphæris, & sphærarum particulis demonstrant Geometræ, & nos quoque facili ratiocinatione ostendimus. At corporis totius, singularumque partium eamdem esse legem in solis sphæris dumtaxat invenerunt Physici; minime vero in sphæroidibus, aliisque corporibus, quæ in rerum natura occurrunt. Et quidem si po-

na-

namus, singulas materiæ particulas, quæ corpus aliquod componunt, trahere punctum quodlibet datum ad distantiam quamlibet; evidens est singulas corporis attrahentis particulas respectu puncti attracti diverse positas esse, ac proinde particularum vires diversam habere directionem, diversamque mensuram. Quare cum attractio tota versus punctum aliquod nihil aliud sit, quamvis unica ex viribus singulis resultans, & in datam directionem unicam composita, patet, in diversis corporibus pro varia partium positione diversam quoque esse posse attractionis legem. Et re quidem ipsa hæc attractionis lex in ratione scilicet directa massæ, & duplicata inversa distantiæ in paucissimis dumtaxat corporibus obtinet, E. g. in sphæris quotcunque magnis, quod jam demonstratum est. Tandem hæc objectio ad nostræ conclusionis sensum minime accommodata est; re quidem vera singulæ sphærarum particulæ, & sphæræ ipsæ a puncto aliquo attrahuntur in ratione duplicata inversa distantiarum; sed in hac conclusione sermo est de mutua particularum attractione inter se, & in minimis distantiis, vel in contactu.

Instabis II. ex præcendenti responsione sequeretur, nulla corpora, vel saltem paucissima sese attrahere in ratione distantiarum duplicata; etenim hanc attractionis legem in solis sphæris invenerunt Geometræ. Atqui id repugnat alteri conclusioni, in qua prædictam attractionis legem constituimus; ergo &c.

Resp. Nego min. Hanc quidem attractionis legem in corporibus cœlestibus vigere, ex observationibus astronomicis demonstravimus. Nec minus invicte in corporibus ter-

restribus eamdem attractionem ostendimus. Corpora scilicet trahuntur a terra in ratione duplicata inversa distantiarum, & viceversa. Neque obstat corporum terrestrium figura; si enim corpora illa conferantur cum tota telluris massa, velut corpuscula, minimæque particulæ haberi debent, illorumque proinde negligenda est figura. Quod autem spectat terræ, corporumque cœlestium figuram, eam velut proxime sphæricam considerare licet. Quamvis ergo paucissima sint corpora, in quibus lex illa accuratissime servari possit, hanc tamen legem physice obtinere certissimum est.

Instabis III. Ex attractionis lege in ratione triplicata inversa distantiæ id colligetur, corpora duo quælibet in minimis distantiis sese validissime attrahere, & ad contactum tandem pervenire: præterea corpora duo contigua tenacissime cohærent, & vi infinita; atqui hæc duo experimentis repugnant; ergo &c.

Resp. Nego maj. Viget quidem potentissima attractio inter minimas particulas in minimis distantiis. At si corpora nimia fuerint, vis attractiva in proximis dumtaxat, minimisque particulis residet. Porro si corpora duo eadem vi moveantur, velocitates illorum sunt in ratione inversa massarum; quare si corpora duo dicantur A, B, minimæ particulæ C, D, velocitas qua corpus A tendit ad B, est ad velocitatem, qua particula C solitarie spectata tenderet ad B, ut particula C ad corpus A. Igitur ob corporis magnitudinem fere infinitam respectu particulæ, patet, inter magna corpora hanc alteram attractionis speciem ne in minimis

qui-

quidem distantiis exerceri posse; atque hinc aliqui Philosophi rationem reddunt principii chimici; *Sales non agunt nisi soluti*. Tandem neque in contactu inter corpora quælibet viget attractio. Etenim attractio illa est, ut contactus magnitudo directe, & ut cubus distantiarum inverse. Quare si contactus magnitudo fuerit valde exigua, & fere infinite parva, jam patet, attractionem fore etiam infinite parvam, vel nullam. Neque in ullo casu attractio erit infinita; probe enim meminisse oportet, quod jam monuimus, rationem triplicatam distantiarum exempli loco dumtaxat habendam esse; admittenda est lex attractionis, quæ non solum aliquam distantiarum dignitatem contineat, sed alias quoque tali modo admixtas habeat quantitates, ut attractio in contactu sit valde magna, non autem infinita. Talis autem quantitatum permixtio appellari solet ab Algebristis *functio*. Porro evidens est, innumeras fingi posse distantiarum functiones, quæ huic conditioni satisfaciant. Quidquid ergo hactenus diximus, non in eo sensu intelligendum est, quasi veram hujus attractionis legem determinare velimus; hoc unum nobis erat demonstrandum, præter legem attractionis in duplicata distantiarum ratione decrescentis, aliam quoque legem admittendam esse.

Instabis IV. Corpuscula aliqua in contactu, & in minimis distantiis sese repellunt, quod quidem patet corporum elasticorum exemplo, & maxime radiorum solarium reflexione; imo non desunt subtilissimi, doctissimique Philosophi, qui vim attractivam in omnium corporum particulis ad certos usque limites admittunt; quam vim attractivam

deinde in repulsivam abire affirmant; itaut nullus omnino sit in rerum natura physicus, immediatusque contactus. Unde sic argumentari licet: tanquam universalis naturæ lex admitti non debet attractio, si corpuscula aliqua, imo omnia secundum aliquos Philosophos vim repulsivam demonstrent; atqui &c. ergo &c.

Resp. Nego maj. Vis attractiva negari non potest ab iis etiam Philosophis, qui in omnibus corporum particulis vim repulsivam admittunt. Certissimum quidem est, sese repellere minimas quorumdam corporum particulas, quidquid sit vis illa repulsiva: sed repulsio præcedentem attractionem non excludit, imo ex vi attractiva originem habere repulsionem affirmant nonnulli, quod deinde fusius explicabimus, ubi sermo erit de corporum elasticitate, & de luminis reflexione. Cæterum nos quoque vis repulsivæ nomine utemur, sed effectum dumtaxat, non vero causam aliquam significantes. Etenim quæcumque sit repulsionis causa, vis hujus actionem ad calculum revocare, & æstimare licet; quoad utilitatem tota res perinde se habet. Neque repulsio quidquam obstare potest iis, quæ antea demonstravimus, attractionem nempe, cæteris paribus, contactus magnitudini proportionalem esse; ibi enim sermonem habuimus de corporibus, quorum partes cohærent, non vero de corporibus elasticis, quorum partes sese fugiunt, atque repellunt. Tandem contactus hic a nobis intelligitur, qualis in corporum cohærentium partibus observatur, neque de contactu physico, & immediato quidquam pronuntiare volumus. Certum quidem est, ubi

de

de primis caufis, corporumque principiis agitur, multas fieri poffe hypothefes, quæ validis rationibus difficile refelluntur. Itaque hanc primam nobis effe volumus philofophandi regulam in caufarum univerfalium investigatione noftram fateri ignorantiam, judiciumque cohibere.

APPENDIX.

De quibufdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. ADverfus impiiffimam veterum Atomiftarum doctrinam invicti roboris argumenta ex præcedenti capite deduci poffunt. Materiam æternam effutiebant Atomiftæ, non tamen æternum materiæ ordinem admittebant. Stultiffime delirabant, præfentem materiæ difpofitionem ex fortuito atomorum, five corpufculorum concurfu originem habuiffe, eamdem difpofitionem cafu quoque confervari, contrario tandem cafu finem habituram. Hinc patet, veteres Atomiftas puros, putofque atheos fuiffe; quia autem etiamnum hodie non defunt nequiffimi, ftultiffimique homines, quos hæc abfurdiffima deliria recoquere non pudet, ex præcedentibus demonftrationibus hos invicte refellere officii noftri partes effe exiftimamus. Et 1. quidem fic ratiocinari folent.

Finitus corpufculorum numerus finitum dumtaxat combinationum numerum admittit. At per totam infinitam æternitatem extitiffe debuerunt combinationes numero infinitæ. Quare fi in fortuita atomorum agitatione omnia fe æqualiter habuerint, ut in longa cafuum fortuitorum ferie contingit,

evidens eſt, combinationem quamvis determinatam infinites redituram, ac proinde infinitis major eſt probabilitas, hanc præſentem combinationem redituram, quam non redituram. En abſurdiſſimam Atomiſtarum argumentationem. At imprimis in eo turpiter errant, quod putant, eſſe aliquid revera fortuitum; nihil fortuito, & puro caſu contingere demonſtravimus in inſtitutionibus metaphyſicis. Sed præterea hujus ratiocinationis abſurditatem facile oſtendemus. Et quidem falſiſſimum eſt, infinito terminorum numero contineri numerum combinationum finitum, ſi de mundi conſtitutione ſermo habeatur. Finitus quidem eſt combinationum numerus, ſi *combinationis nomine* intelligatur tantum ordo quidam, quo alii termini aliis ſuccedunt, & ſeſe mutuo excipiunt. Ita ſi omnes litteræ, quæ Virgilii poema componunt, verſentur temere in ſacco aliquo, tum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, aliæ poſt alias, atque ejuſmodi operatio repetatur in infinitum, evidens eſt, infinities redituram combinationem Virgilianam. Verum in mundi conſtitutione res longe aliter ſe habet. Etenim planetæ circa Solem certa lege in determinatis orbitis revolvuntur; ſpatium, in quo planeta, aliique cœleſtes globi ſuas periodos abſolvunt, in longum, latum, & profundum quaquaverſum patet. Porro rectæ in uno plano ſunt infinitæ, plana in uno ſpatio ſunt infinita, & pro recta quavis in quovis plano infinita ſunt curvarum genera, ac proinde & infinities plures ſunt curvæ, quæ per datum punctorum numerum non tranſeunt. Præterea infinitis modis variari poteſt lex attractionis: pro quavis materiæ
par-

particula infinitus est dispositionum numerus; quare pro ipsis materiæ particulis haberetur numerus combinationum infinitus per ipsum particularum numerum multiplicatus. Itaque in mundi constitutione finitus non est casuum diversorum numerus, sed infinitus, & quidem ordinis altissimi. Inde ergo fit evidens, in immenso isto combinationum numero infinities plures esse combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, corpusculorumque temere volitantium massam, quam quæ exhibeant mundum ordinatum, & certis constantem legibus. Quamobrem nisi sit aliquis, qui ex omnibus quæ per se possibilibus combinationibus unam ex ordinatis eligat, infinities probabilius est, obventuram combinationum seriem inordinatam, minime vero eam, quam cernimus, & admiramur; atque ad vincendam hanc improbabilitatem infinitam requiritur infinita vis supremi conditoris, qui unicam seriem ordinatam inter alias infinitas seligat, atque determinet.

Nec est, quod objiciatur, etiam hominem, qui statuam aliquam effingit, finita intelligendi vi eligere unicam formam inter infinitas possibiles. Nam Statuarius illam unicam formam non eligit, sed modo admodum confuso quamdam determinat figuram, quæ unica oritur ex naturæ legibus, & ex mundi constitutione, quam naturæ opifex infinitus vi infinita determinavit; per hanc scilicet determinationem ab humanæ voluntatis actu oriuntur certi motus in brachiis, & ab his motus instrumentorum.

Sed nec dici potest, hunc ipsum ordinem necessarium esse, & æternum, ac per se subsistere, ita ut casus quilibet sequens determi-

ne-

netur a præcedente, & a lege virium intrinſeca, atque omnino neceſſaria. Et quidem quis ſibi ſerio perſuadeat, has ſolas virium leges, quas in præcedenti capite explicavimus, fuiſſe poſſibiles & neceſſarias, ut nimirum corpora ſeſe attrahant tanta potius attractione, quam alia? Nulla ſane inter diſtantiam, & attractionis ſpeciem ita neceſſaria eſt connexio, ut alia quævis eſſe non potuerit. Præterea cur hæc potius in rerum natura exiſtat materiæ quantitas, quam alia, nulla ſane ratio eſſe poteſt, niſi arbitrium entis potentia infinita præditi; nemo ſanæ mentis ſibi facile perſuadebit in determinata quadam materiæ maſſa haberi neceſſitatem exiſtentiæ potius, quam in alia quavis.

Tandem licet materiæ talis fingatur natura, ut habeat neceſſariam, ſibique eſſentialem vim inertiæ, & virium legem, itaut ſtatus quilibet datus a præcedenti determinari debeat, eadem nihilominus manet contra Atomiſtas demonſtrationis vis. Etenim ſtatus ille, qui habetur tempore quolibet dato, nec a ſe ipſo, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum exiſtente ſuam habet determinationem ad exiſtendum, ſed determinationem illam accepit a ſtatu præcedenti. Porro ſtatus præcedens non poteſt ſequentem determinare, niſi quatenus ipſe determinate exiſtit; ipſe autem nullam quoque in ſe habet determinationem ad exiſtendum, ſed illam accipit a præcedente. Quod de ſecundo præcedente ſtatu diximus, dicendum de tertio, qui determinationem debet accipere a quarto, atque eodem modo progrediendo in infinitum orietur infinita ſeries ſtatuum, in quorum ſingulis habemus

me-

merum nihil, relate ſcilicet ad determinatam exiſtentiam poſtremi ſtatus. Summa autem nihilorum utcunque numero infinitorum eſt nihil; jamdiu enim conſtitit, merum eſſe paralogiſmum, infinitorum nihilorum ſummam finitæ alicui quantitati æqualem eſſe.

Ex his ergo id evidenter colligitur, ens ſeriei ipſi extrinſecum, quod hanc ſeriem elegit præ ſeriebus aliis infinitis, infinitam habere determinationem, & vim electivam, quæ unam illam ex infinitis eligat. Cognitionem habere debuit, & ſapientiam, ut hanc ſeriem ordinatam præ inordinatis abhibuerit. Si enim ſine cognitione, & electione egiſſet, infinities probabilius foret, ab illo determinatam fuiſſe aliquam ſeriem inordinatam, quam unam ex ordinatis; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas ſit infinita. Igitur ex ipſis quoque Atomiſtarum principiis manifeſtum fit, infinitam eſſe probabilitatem pro cognitione, ſapientia, ac libera electione, quæ quidem probabilitas infinita omnimodam certitudinem inducit, ac proinde Atomiſtas propriis armis impugnavimus. Hæc autem, quæ brevius demonſtrata ſunt, jungi debent iis, quæ in Metaphyſica de fato, & neceſſitate fuſe tractavimus.

II. Ex mirabili minimarum partium ſtructura, magnitudine, vel attractiva magis, ac magis elucefcunt divina bonitas, illiuſque ſapientia infinita. Pauca exempla hic conſiderare, & admirari ſatis erit. Calore ſolis rarefiunt aquæ particulæ, e mari ad ſuperiorem aeris regionem ſub forma vaporum evehuntur; nec unquam conſiſtunt vapores,

do-

donec ad aerem ejuſdem gravitatis perveniant, tumque ſubſidunt, nubeſque componunt, & mille figuras induunt. Mox eædem particulæ frigoris vi, aliiſve cauſis condenſantur, & in minus ſpatium coactæ formam priorem amittunt, & in terram pluviæ, nivis, grandinis inſtar relabuntur. Maxima pluviæ pars per fluvios ad mare deducitur, iterum in vapores abitura; pars vero aliqua terræ ſe immiſcet, & ibi depoſita arborum, herbarumque radices, & ſemina ingreditur, e quibus in alias corporum ſpecies aſſurgit. Diverſa corpora componit eadem pluvialis aqua, prout diverſa ingreditur rerum ſemina, quædam ſcilicet tranſit in plantas, quædam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, ornos, fagos, & alias quamplurimas arborum, & plantarum ſpecies. Ecquis ergo non admirabitur divinam providentiam, quæ ſapientia, & bonitate infinita ad hominum commoda minimarum particularum ſtructuram compoſuit, atque ordinavit? Sed idem exemplum rurſus perſequamur. Nec in eadem planta eadem omnino manet pluvia, plantæ omnes ex innumeris heterogeneis conſtant partibus; ſic in lino E. G. alia eſt forma radicis, alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum. Rurſus conſideremus ipſam vel unius caulis utilitatem, miramque varietatem. Caulis membranam ſeparant lini artifices, & poſtquam mille tractaverunt modis, fibras in oblonga contorquent fila, quæ deinde in ſe convoluta glommorum ſpecies referunt. Fila hæc varie inter ſe connectunt, & texunt linteones, & arte ſua telas ex illis componunt, quæ veſtimenta hominibus

præ-

præbent. Hæc denique annis obsita in linteola redacta aquæ immittuntur, malleis ligneis in mollem quasi pulpam subiguntur, quæ tandem exsiccato humore aqueo in papirum transmutatur, quæ si igni immittatur, partim in tenuissimum pulverem, partim in fumum evanescit. En quantam ex mutato partium situ, ex mutata illorum vi attractiva rerum & effectuum varietatem!

Sed universæ naturæ pro varia cœli temperie mutationem, variamque dispositionem breviter percurramus. Cum terræ partes singulæ situm suum respectu solis continuo mutent, ejusdemque radios nunc magis, nunc minus obliquos, nunc breviore, nunc diuturniore tempore excipiant, universa fere rerum natura novam faciem per vices induit. Autumno exarescunt segetes, & fructus maturescunt, viridem, amœnamque faciem paulatim deponunt campi, & decidunt arboribus folia, mox ingruente hyeme fringent, & horrent omnia, nix tegit alta montes, cujus onere depressæ laborant sylvæ, ipsæ maris aquæ stabiles, & firmæ redduntur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus, & castra gerit. Iterum mutato telluris, solisque respectu diffugiunt nives, redeunt gramina campis, & sua arboribus folia, *nec stabulis jam gaudet equus, nec arator igne;* sed nova prorsus, & læta apparet rerum facies, & annus per æstatem ad autumnum revertitur.

Quamvis ex sola minimarum particularum mutatione, figura, magnitudine, vi attractiva oriri certissimum sit infinitam effectuum varietatem, pro ea tamen, quam no-

nobis præscripsimus, philosophica timiditate, atque ingenuitate, asserere non audemus, materiam omnem ita homogeneam esse, ut ex diverso dumtaxat minimarum partium situ repetenda sit specifica corporum differentia. Hanc quæstionem deinde revocabimus, variasque Philosophorum opiniones expendemus, ubi sermo erit de corporum natura. Interim ingenue fatendum est, nobis innotescere dumtaxat corporum superficiem, ipsumque, ut ita dicam, corticem, intimam vero texturam, atque naturam nos omnino latere. In hac autem nostra ignorantia iterum elucet divina bonitas, quæ humanam superbiam reprimere voluit, eas tantum permittens cognitiones, quæ ad vitæ necessitates, & utilitates conducere possunt.

III. Longius esset referre utilissima experimenta, quæ in præsenti argumento sumpserunt celeberrimi Physici; unum afferre satis erit, quod in publicam utilitatem maxime redundare potest. Accuratissimis experimentis compertum est, eam esse salis marini, & salis tartari saluberrimam indolem, ut sulphureos vapores, aliosque perniciosissimos halitus plurimos potentissime attrahant, atque absorbeant, cujus quidem virtutis in periculosis occasionibus nonnullis utilitas maxima esse potest. Artifices aliqui, ut plumbarii fusores, noxias tractant materias, e quibus perniciosissima erumpunt corpuscula. Si autem hanc adhibeant diligentiam, ut pannum salina aliqua solutione madidum ori, naribusque admoveant, vaporum periculum declinare poterunt. Eadem de causa factum est, ut adversus pestiferos halitus tanquam optimum antidotum credi soleat

leat

leat acetum album. Hac salium proprietate admodum salutari ad minuendum saltem præsens periculum, uti possent, qui in fodinis, aliisque infectis locis non sine vitæ discrimine labori manum dare coguntur. Sed de hac re legenda sunt, quæ refert clarissimus dominus Hales in eximio opere, cui titulus est: *Statica vegetabilium*. Hæc pauca dicta sint ad demonstrandam præcedentis capitis utilitatem. Minimarum particularum vim attractivam ad explicanda artis chymicæ phænomena transferunt magni quidem viri; verum quamvis hæc doctrina nonnullis experimentis feliciter satisfacere videatur, ea tamen abutuntur Physici, qui singulas operationes chimicas per attractionis, vel repulsionis nomen clare explicasse confidunt; Illi autem merum effectum, nullam vero effectus causam proferunt.

CAPUT III.

De gravitate constanti.

QUamvis in præcedenti capite demonstrata fuerit gravitatis cœlestis, atque terrestris lex communis, quæ nempe decrescat in ratione duplicata distantiarum a centro; observavimus tamen, ita exiguas esse distantias, in quibus experimenta habere licet, si conferantur cum integra telluris semidiametro, ut nulla in gravitate terrestri variatio experimentis, vel observationibus conspicua esse possit. Præterea corpora omnia, quæcumque sit illorum natura, figura, magnitudo, sublata aeris resistentia, ut fit in vacuo boyliano, æqualibus temporibus æqua-

æqualiter deſcendunt, ac proinde vis gravitatis æqualibus temporibus æqualiter agit. Itaque gravitatem terreſtrem licet reipſa variabilem, tanquam conſtantem, & uniformem uſurpant Phyſici, noſque hanc gravitatem in præſenti capite conſiderabimus. Tria autem potiſſimum expendemus; 1. præcipuas gravitatis affectiones explicabimus, 2. gravitatis cauſam inveſtigabimus, 3. tandem centri gravitatis doctrinam exponemus.

ARTICULUS I.

De gravitatis terreſtris affectionibus præcipuis.

I. G*Ravitatis* nomine hic generatim intelligitur vis illa, qua corpora ad terram tendunt. Porro confundi non debet gravitas cum ipſo corporum *pondere;* gravitas enim eſt vis, quæ ſingulas materiæ particulas deorſum urget; pondus autem eſt ipſa gravitatis quantitas in unoquoque corpore, ſeu eſt ipſa gravitatum ſumma, vel aggregatum. Pondera quantitatibus materiæ proportionalia eſſe, ex ipſa gravitatis natura facile colligitur. Etenim cum vis gravitatis ſit conſtans, & in ſingulas æquales materiæ particulas æqualibus temporibus æqualiter agat, ſeu æquales ictus imprimat, erit numerus ictuum, ut particularum æqualium numerus. Præterea cum corpora omnia per lineas ad ſenſum parallelas recta deſcendere obſerventur; patet, gravitatis directiones eſſe parallelas; ideoque gravitatis ictus in eamdem directionem conſpirant. Igitur gravitas tota erit, ut numerus ictuum, hoc eſt, ut quantitas materiæ; nam quo plu-

plures ſunt æquales materiæ particulæ, eo plures erunt ictus. Quare pondera ſunt quantitatibus materiæ proportionalia; evidens autem eſt, hanc demonſtrationem valere in quolibet corporum genere; quæcumque ſit illorum figura, textura, natura; cum gravitas ex his corporum conditionibus nequaquam pendeat.

Ex his autem facile intelligitur experimentum, quod vix in animum ſibi inducere poſſunt viri rerum phyſicarum imperiti, & ſenſuum præjudiciis aſſueti. In longioris tubi parte ſuperiori ſuſpenduntur duo pondera, utcunque inæqualia, E. G. graviſſimum aurum, & leviſſima pluma: facto deinde, ut moris eſt, vacuo ope machinæ pneumaticæ, corpora illa eodem temporis puncto demiſſa, eodem omnino tempore deſcendunt, & æqualibus temporibus æqualia ſpatia percurrunt. Experimenti ratio ſtatim patet; & quidem corpora duo diviſa intelligantur in particulas æquales innumeras; vis gravitatis in particulas illas æquales æqualibus temporibus æqualiter agit, ac proinde ſingulæ particulæ æqualibus temporibus æqualiter deſcendunt. Id vero declaratur exemplo hominum eadem velocitate currentium; ſive enim conjunctis, ſive ſejunctis manibus currant, eodem tempore ad propoſitum ſcopum perveniunt. Pari ratione ſive corporum particulæ ſeorſim deſcendant, ſive majus, minuſve corpus, atque aggregatum componant, eodem plane tempore debent deſcendere. Quod ergo corpora inæquali velocitate per aerem deſcendant, id tribuendum eſt aeris reſiſtentiæ; ſed hujus inæqualitatis

litatis

litatis causam deinde fusius explicabimus, ubi de medii resistentia sermo erit.

II. Gravitatem hactenus consideravimus in eodem terræ loco; verum quamvis gravitas in eadem regione sit constans, vi tamen centrifuga in remotioribus terræ locis eam plurimum immutari, certissimum est, quod qua ratione detectum fuerit, atque confirmatum, enarrabimus. Superioris Sæculi anno 72. Cayennam insulam Æquatori proximam profectus est dominus Richerus ad Astronomicas observationes ineundas a regia Parisiensi Academia missus; secum detulerat horologium, quod Parisiis cum cœlestibus motibus accurate conspirabat. Eo adhibito deprehendit multo lentiorem ejus motum, ita ut singulis diebus per bina minuta cum dimidio ab integræ diei mensura deficeret. Rem miratus, quam nec ab aliqua machinæ mutatione, nec ab alia ejusmodi causa videbat oriri posse, illud conjecit, vim minorem esse versus Æquatorem, quam Parisiis; unde fieret, ut pendulum lentius vibrationes suas perficeret, & horologium ipsum retardaret. Ut autem certius constare posset, an res ita se haberet, accuratissime inquisivit in longitudinem penduli, quot singulis minutis secundis horariis singulas oscillationes absolveret, & ejus longitudinem æri incidit, ut eadem observatione in Galliam regressus iterata, utramque mensuram conferre posset. Constat enim, pari gravitatis vi longiora pendula lentius oscillationes suas peragere, breviora citius; pari longitudine penduli, & diversa vi gravitatis ea pendula lentius moveri, quæ minori agun-

guntur vi; si autem bina pendula eodem tempore oscillationes suas peragant, quæ idcirco *isochrona* appellantur, inæqualem vero habeant longitudinem; illud, quod longius est, gravitate majori urgetur. Hæc quidem omnia pendent ex pendulorum doctrina, quam deinde explicabimus; interim vero evidens est, vim illam majorem esse, qua fit, ut pendulum eodem tempore per majores arcus excurrat. Nec Richeri spem fefellit eventus; regressus enim Parisios, ita breviorem penduli isochroni mensuram invenit, ut is quidem de inæqualitate gravitatis in diversis terræ locis dubitare omnino non posset.

Rei novitas universam perculit litterariam Rempublicam, atque commovit mirum in modum, multis sub initium renuentibus, aliis observationum vitio phænomenon tribuentibus, aliis vi caloris durissima quæque metalla dilatantis. Nec defuerunt, qui, observationibus per Europam institutis, gravitatem ubique æqualem se invenisse, affirmarent, cum nimirum iis methodis, quæ tum in usu erant, minus perfectæ, & perpolitæ, exiguum discrimen in tam exiguis locorum intervallis nequaquam deprehendere potuerint. Hinc observationes multo accuratiores in plurimis, & admodum dissitis terræ locis fuerunt institutæ; hinc Academici Parisienses Regis jussu, & liberalitate versus Polum Borealem, & versus Æquatorem expeditionem litterariam susceperunt, atque tandem summo observationum consensu certo definitum habemus, gravitatis vim ab Æquatore ad Polos augeri perpetuo. Nos quoque hic Romæ in hortis Regii SS. Trinitatis

nitatis Cœnobii longitudinem penduli ad minuta ſecunda oſcillantis inveſtigavimus. Neque in hac obſervatione ullam paſſi ſumus deſiderari diligentiam; obſervatio per plures dies inſtituta eſt in loco nullis curruum tremoribus agitato; adhibuimus pendula duo, quorum unum a celeberrimo artifice Londinenſi *Grahamo* elaboratum eſt. Utebamur etiam menſura bipedali londinenſi accuratiſſima, factaque obſervationum comparatione, res eadem propriis experimentis innotuit. Verum quod ſpectat hujus variationis legem, ad præſentem locum non pertinet, tota res cum figura telluris, aliiſque difficilioribus nondum explicatis Phyſicæ principiis conjuncta eſt. Eo loci ponimus vim gravitatis conſtantem, & per rectas parallelas tendentem; quod quidem facere licet, cum in hoc capite gravitatem conſideremus in eodem terræ loco, vel in locis a ſe non multum diſſitis. Sed hæc doctrina, quam minus accurate nunc conſiderare ſatis eſt, majori deinde ſubtilitate, & diligentia explicari debet, ubi de pendulis, & telluris figura tractabimus.

III. Neque tamen hic omnino prætermittendum eſt, quod de hujus variationis cauſa afferri ſolet. Vi imaginandi nobis affingamus globum aliquem, qui circa ſuum axem convertatur. Partes illæ, quæ proximæ ſunt polis, per quos axis ipſe traducitur, eodem tempore peragunt gyros admodum exiguos, qui quidem eo magis creſcunt, quo magis a polis receditur, ita ut omnium maximus is ſit, qui ab utroque polo æque diſtat, & in eo globi motu *Æquator* appellatur. Hinc ibi vis centrifuga omnium maxima

ma esse debet, atque eo gradatim decrescit magis, quo magis acceditur ad polos; quod quidem demonstratum est, ubi sermonem habuimus de vi centrifuga. Rem igitur ad tellurem transtulerunt; posito ejus diurno motu consideraruht vim certifugam sub Æquatore maximam esse debere, prope Polos minimam, in Polis nullam. Illud præterea notarunt, vim centrifugam sub Æquatore dirigi ad partes centro telluris oppositas, quod ipsius Æquatoris est centrum; in reliquis autem locis dirigi ad partes oppositas illi axis puncto, quod est circuli descripti centrum, quod quidem centrum eo remotius est a centro terræ, quo magis circulus ille ab Æquatore recedit, ac proinde cum vis gravitatis ubique dirigatur versus terræ medium, observarunt ipsam vim centrifugam sub Æquatore magis etiam directe gravitati opponi, quam versus Polos. Ex dictis patet, duplicem considerari posse gravitatem, unam scilicet, quam *primitivam* vocant, nulla vi centrifuga turbatam, hæcque gravitas sub Polis dumtaxat habetur; altera autem est gravitas *variabilis*, vel *actualis* pro varia scilicet a Polis distantia. Neque huic gravitatis variationi obstat, quod nullam in corporum pondere inæqualitatem deprehendere liceat; ejusdem corporis idem pondus tum hic Romæ, tum in America per bilances experimur. Etenim pondus examinandum comparamus cum alio pondere, quod in Americam translatum æque mutatur, ita ut eadem maneat ponderum relatio, ac proinde corpus, quod hic inventum est libræ unius, debet & in America unius libræ pondus demonstrare. Re quidem vera

ſi poſſemus perfecte noſſe vim, quam nos hic in ſuſtinendo pondere exercemus, & ejuſdem vis meminiſſe, ubi pondus in remotam regionem transfertur, liceret ex ea vi æſtimare auctam, vel imminutam gravitatis vim. At noſtri conatus nobis omnino ignoti ſunt, vix craſſiorem quamdam comparationem ſenſationum ope inſtituimus, ſubtiliora diſcrimina nequaquam percipimus, atque etiam ipſæ vires noſtræ mutantur in horas.

IV. Gravia eſſe corpora omnia, jam apud cultiores Philoſophos compertum eſt. Et quidem pondus demonſtrant corpora omnia, in quibus experimenta ſumere licet, ne his quidem demptis corporibus, quæ a vulgo imperito leviſſima creduntur. Ita fumus, qui in aere ſurſum aſcendit, facto vacuo Boyliano, deorſum relabitur, proprio ſcilicet pondere. Quod ergo fumus per aerem ſurſum evehatur, id tribuendum eſt majori aeris gravitati, qua fit, ut aer majori conatu tendat deorſum, ac proinde fumum propellat ſurſum. Itaque nulla eſt vera corporum levitas, ſed *relativa* dumtaxat, & *apparens*. Quare diſtinguenda eſt gravitas in *abſolutam*, & *relativam*. Gravitas abſoluta eſt tota vis illa, qua corpora tendunt deorſum. Gravitas autem ſpecifica eſt ratio gravitatis abſolutæ corporis unius ad gravitatem abſolutam corporis alterius ſub eodem volumine, ſive quod idem eſt, gravitas ſpecifica eſt ratio ponderis corporis unius ad pondus corporis alterius eodem manente volumine. *Volumen*, vel etiam *moles* dicitur totum ſpatium extima corporis ſuperficie comprehenſum, ſive includat ſpatiola vacua, ſive heterogeneas etiam particu-

ticu-

ticulas. Ex idea maſſæ, & voluminis oritur idea *denſitatis*. Denſitas eo major dicitur, quo major eſt corporis maſſa, ſeu quantitas materiæ ſub eodem volumine; ſi vero eadem maneat quantitas materiæ, mutetur autem volumen; quo minus eſt volumen, eo major dicitur denſitas; ac proinde denſitas eſt, ut maſſa directe, & volumen inverſe. Quare ſi maſſa dicatur M, volumen V, denſitas D; erit $D = \frac{M}{V}$, ac proinde etiam $M = DV$. Quia vero gravitas ſpecifica eſt ratio quantitatis materiæ, ſeu ponderis ad volumen, eodem manente volumine, evidens eſt, gravitates ſpecificas eſſe, ut denſitates. Contraria ratione eo rarius dici ſolet corpus, quo minorem ſub eodem volumine continet materiæ quantitatem, ac proinde raritas eſt in ratione inverſa denſitatis. Igitur ad corporum raritatem facile transferuntur præcedentes formulæ. Jam vero quamvis ob minorem ſpecificam gravitatem nullum pondus aliquando oſtendere videantur corpora; probe tamen miminiſſe oportet levitatem illam relativam eſſe dumtaxat; ſed hæc omnia in meliori lumine collocabimus, ubi fluidorum doctrinam exponemus. Cæterum quamvis dicamus, corporum gravitatem experimentis compertam eſſe, id tamen dictum nolumus de ſubtiliſſimis quibuſdam corporibus, igne, E. G., & flamma; horum enim corporum tantillum eſt pondus, ut nulla experimentorum ſubtilitate innoteſcere potuerit; quidquid affirment Philoſophi quidam ſuis experimentis plus æquo confiſi. Sed to-

tam rem deinde ad examen revocabimus, ubi ignis proprietates considerabimus.

ARTICULUS II.

De causa gravitatis.

I. Mirantur imperiti homines, a Philosophia tanto studio quæsitum esse, cur gravia descendant, hancque statim in promptu rationem adesse, respondent, quod nempe non sustineantur. Verum quod ita facile, & obvium creditur, ut imperitorum hominum mos est, summos viros in varias traxit sententias, & adhuc sub judice lis est. De gravitatis causa quatuor circumferuntur Philosophorum opiniones. Peripatetici existimant, gravitatem esse vim quamdam, vel qualitatem realem corporibus omnibus intrinsecam a Deo ipsis impressam; ita ut quemadmodum corpora per extensionem locum occupant, per impenetrabilitatem sese mutuo ab eodem loco excludunt; sic quoque per gravitatem ad locum infimum, sive telluris centrum ferantur. Newtoniani, gravitatem omnibus omnino corporibus inditam, ac impressam esse, constituunt, ita ut non modo ignis, & aer, quos Peripatetici leves existimant, sed ipsa quoque tenuissima ætheris substantia, quæ gravitatis expers a Cartesianis effingitur, gravitatem aliquam habere debeat, ac nulla proinde levitas positiva in rerum natura reperiatur. Atque ista quidem evidenter adeo, nitideque experimentis demonstrantur, ut dubitari non possit, gravitatem hanc, vel, ut vocant Newtoniani,

vim

vim centripetam corporibus omnibus inesse. At undenam centripeta vis illa singulis corporibus imprimatur, id nobis hactenus occultum, atque inexplorarum esse, Newtonus ingenue fatetur, variasque causas enumerat ex quibus eadem vis centripeta velut origine pendere possit. At Newtonus non *physice* gravitatis originem scrutatur, sed *mathematice* tantum gravitatis effectus, leges, atque phænomena exponere aggreditur. Itaque a definienda gravitatis origine prudenter abstinuit, & quamvis illam ab attractione oriri dixerit; in variis tamen locis profitetur, si physice res exploretur, ab impulsione originem haberc posse. At eximiam sapientissimi viri modestiam haud semper emulati sunt, qui Newtoni doctrinam exponunt; etenim attractionem ipsam velut physicam, exploratamque gravitatis causam ita ingerunt, ut eam in dubium vocari minime patiantur. Neque tamen putandum est, Philosophos illos occultas Peripateticorum qualitates obtrudere voluisse. Peripatetici attractionem considerabant, velut *entitatem*, aut *qualitatem* certis quibusdam corporibus inhærentem, quas quidem qualitates ex specificis coporum formis oriri ajebant; formæ autem nomine in veteri Philosophia nihil obscurius esse potest. Porro nullam talem *entitatulam*, aut *qualitatem* fingunt recentiores Newtoniani; sed attractionem admittunt, velut universalem naturæ legem a supremo rerum omnium auctore constitutam, vel etiam ut corporum omnium proprietatem habent; quæ quidem opinio a Scholasticorum qualitatibus longe differt. Gassendus existimat particulas, atomos, sive corpuscula plurima quaquaversum

velut radios e terræ gremio diffundi, quæ corpuſcula, cum fere uncinata, & hamata intelligi poſſint, ubi in corpus aliquod incurrunt, illi maxime adhærent; hinc fit, ut terreſtres particulæ cum corporis ejuſdem particulis arctiſſime devinciantur, illudque ſecum in terram abripiant eo prorſus modo, quo tenuiſſimæ quædam particulæ ex magnetis ſubſtantia prodeuntes, ubi ad ferrum pervenerint, illiſque fuerint implicitæ, ferrum ipſum ad magnetem referunt. Vix refelli merentur hac in re Peripateticorum, & Gaſſendiſtarum figmenta. Quid ſint qualitates occultæ, neque explicant illarum defenſores, neque ipſi videntur intelligere; recentioris philoſophiæ lumine jam diſſipatæ ſunt illæ qualitatum occultarum tenebræ. Neque firmiori fundamento innituntur uncinata, atque occulta Gaſſendiſtarum corpuſcula; nihil enim admitti jubet cultior Phyſica, niſi quod experimenta, atque obſervationes certo exiſtere demonſtrant. Deinde quam cauſam aſſignare poterunt Gaſſendiſtæ, cur uncinata illa corpuſcula e tellure exeant, ad diverſas altitudines rapiantur, & tandem relabantur. Talia certe commenta difficultatem non explicant, imo non parum augent. Quid ſentiendum ſit de Newtonianorum ſententia, ex hujus articuli progreſſu manifeſtum fiet.

Ultima tandem ſupereſt Carteſianorum hypotheſis magno doctrinæ apparatu munita. Materiam quamdam ſubtiliſſimam comminiſcuntur Carteſiani, hanc ponunt circa terram vorticis motu agitari, ipſamque terram circa axem revolvi; quo ſit, ut eadem materia vim centrifugam acquirat, & corpora terre-

stria versus terram propellat, nempe secundum directionem vis centrifugæ directioni contrariam. Id autem illustrant exemplo fluidorum, quæ corpora sibi demersa si minorem habeant gravitatem specificam, sursum evehunt; ita etiam vorticis materia corpora, qua non tanta pollent vi centrifuga, deorsum trudere debet. His explicatis sit

CONCLUSIO.

A VORTICE CARTESIANO REPETI NON POTEST GRAVITATIS CAUSA, NEQUE AB ULLO IMPELLENTE FLUIDO, QUOD EASDEM CUM FLUIDIS COGNITIS PROPRIETATES HABEAT.

Probatur prima pars. 1. Ex hac hypothesi sequeretur, vim centrifugam vorticis ipsa vi centrifuga corporis multo majorem esse, vel materiam subtilem ipso corpore esse multo densiorem. Etenim gravitas corporis fluido Cartesiano immersi æqualis foret virium centrifugarum, vorticis scilicet, & corporis differentiæ per suas respective massas multiplicatæ; si nempe gravitas corporis immersi dicatur G, vis centrifuga materiæ subtilis, cujus locum occupat, dicatur V, massa M, vis centrifuga corporis U, massa m, erit $G = V \times M - U \times m$. Evidens enim est, virium illarum differentia corpus pellendum esse, ac proinde $V \times M$ major esse debet $U \times m$, ideoque vel V major est, quam U, vel M major, quam m; sed utrumque repugnat. Primum quidem; etenim vis centrifuga corporis ex rotationis velocitate circa terram oritur, hæc autem velocitas telluris

velocitati proxime æqualis eſt. Itaque in primo caſu multo majorem fore oporteret vorticis velocitatem ipſa velocitate telluris; hinc ſecundum rotationis terreſtris directionem, ab occidente ſcilicet ad orientem, perpetuus, iſque vehementiſſimus ſentiretur ventus. Neque minus repugnat caſus alter, majorem ſcilicet eſſe vorticis, quam materiæ terreſtris denſitatem; hujus enim denſiſſimæ materiæ reſiſtentiam aliquam experiremur, tum ſurſum deorſum, tum deorſum ſurſum. At experimentis compertum eſt, totam, quam experimur reſiſtentiam, aeri tribuendam eſſe, eamque nullam eſſe in vacuo boyliano, in quo corpora omnia æquali velocitate deſcendunt. Abſurdiſſimum ergo eſt fingere tantam in materia vorticis denſitatem, quod quidem ultro largiuntur Carteſiani. Quare in primo caſu paulo diutius immorabimur, variaſque conſiderabimus velocitatis hypotheſes.

Ponamus, vorticis circumterreſtris velocitatem eamdem eſſe quam proxime cum velocitate telluris; jam ob datam diurnam telluris rotationem 24. horarum ſpatio dabitur quoque ipſa vorticis velocitas. Præterea ex obſervationibus geographicis nota eſt ſemidiameter terreſtris, ac proinde & ipſa maximi terreſtris circuli peripheria, datur ergo vorticis circumferentia. His autem datis, meminiſſe oportet, vim centrifugam corporis in circulo revolventis tempore minuti unius ſecundi eſſe, ut quadratum arcus eodem tempore deſcripti per diametrum diviſi. Ille autem arcus facile invenitur per notiſſimam regulam trium, ſi dicatur: tempus totum viginti quatuor horarum eſt ad integram vorticis, ſive maximi terreſtris circuli circumferen-

rentiam, ut tempus minuti unius ſecundi ad arcum eodem tempore percurſum; hujus arcus quadratum dividatur per vorticis, ſive telluris diametrum, habebitur vis centrifuga, illa ſcilicet lineola perpendicularis, quæ continetur inter tangentem, & arcum minuti unius ſecundi tempore deſcriptum; tali ſcilicet vi centrifuga corpus aliquod per lineolam prædictam minuti unius ſecundi tempore deſcenderet. Si ex his principiis calculus ineatur, invenietur ſpatium tempore minuti unius ſecundi a corpore vi centrifuga vorticis agitato percurrendum non excedere pedem dimidium; igitur gravia vi centrifuga vorticis Carteſiani prope terram tempore minuti unius ſecundi non ultra dimidium pedem deſcenderent; at hoc ipſo tempore pedes quindecim percurrunt, ut notum eſt experimentis. Ergo gravitatis phænomenis non ſatisfaceret Carteſiana hypotheſis.

Ut hujns demonſtrationis vim effugiant Carteſiani, fingunt, vorticis celeritatem telluris vertigine eſſe multo majorem. Et re quidem ipſa velocitatis decies ſepties majoris, hypotheſi facta, initoque, ut jam expoſuimus, calculo, prodit lineola, quæ vim centrifugam exhibet pedum quindecim, ut poſtulant gravitatis phænomena. Verum explicandis deinde motuum legibus repugnat hæc major velocitas; vortex enim velocior in ipſam terram transferret aliquam velocitatis ſuæ partem, donec tellus, & vortex communi velocitate moverentur; hanc tamen concedamus hypotheſim, & quid ex ea ſequatur, expendamus. Quicumque animo paululum attento rem perpenderit, facile aſſentietur, effici non poſſe, ut materia ſubtilis,

ipsaque tellus tanta ferantur velocitatum differentia, nisi prominentia quæque corpora in telluris superficie, veluti arbores, ædes, turres abripiantur, atque subvertantur. Quis quæso hominum erectus stare super terra vel ad punctum temporis posset; capite decies septies velocius pedibus versus orientalem plagam translato?

Præterea experientia quotidiana compertum est, gravia in sublime jacta deorsum recta tendere, idemque soli terreni punctum, cui ad perpendiculum projecta respondent, relapsa attingere; at in prædicta hypothesi longe aliter se haberent experimenta. Corpus omne, quo altius in atmosphæra translatum foret, eo longius in ortum recideret, & a perpendiculo longissime aberraret. At nulla in quolibet corporum terrestrium statu deprehenditur experimentorum differentia; omnia perinde se habent, ac si terra, quam inhabitamus, plane quiesceret. Nec aliquis dicat, subtilissimum ætherem, dum ab occasu in ortum gyrat, corporum crassiorum poros rotationi suæ obvios pervadere, sicque perpendiculari eorum casui non obsistere. Quonam enim modo corpora versus communis vorticis centrum materia illa depelleret? Cur eorumdem gravium poros secundum vis centrifugæ directionem patefactos nihil eidem materiæ intercludat? His demonstratis, jam concludere licet. Rejici omnino debet hypothesis illa, quæ certissimis repugnat gravitatis phænomenis; atqui &c. ergo &c.

II. In hypothesi Cartesiana per circulos Æquatori parallelos defertur vorticis materia, ac proinde vires centrifugas secundum lineas in horum circulorum planis semper jacentes age-

agere oporteret; descenderent ergo corpora omnia in eorumdem circulorum planis, & perpendiculariter ad axem, non ad ipsam telluris superficiem tenderent; quod quidem falsum esse demonstrant experimenta; in circulis enim Æquatori parallelis per lineas obliquas gravia descenderent, quod est contra experientiam. Hanc demonstrationem experimento ita repræsentare solent Physici. Sphera vitrea aquam ex parte continet, aquæ innatant corpucuscula plurima; machina hoc modo comparata circa axem velocissime convertitur; id vero observare licebit, corpuscula non centrum petere, sed disponi secundum axis longitudinem. Experimentum illud Cartesianam hypothesim satis apte repræsentare videtur. Sphæra circumacta ipsam telluris vertiginem exhibet; corpuscula autem aquæ immersa vices gerunt corporum terrestrium, quæ vorticis materiæ innatant in prædicta hypothesi; idem proinde facere deberent corpora terrestria, quod in corpusculis illis observamus, nempe ad axem telluris tenderent. Itaque tum ratiocinatione, tum experientia facile refellitur Cartesiana vorticum hypothesis.

Probatur secunda pars. Si gravia subtilis materiæ vi deorsum quovis modo pellantur, vis, qua descendunt corpora, erit, ut numerus particularum fluidarum, quibus simul agentibus versus terram truduntur; sed numerus particularum est, ut corporis superficies, quod est evidens; quare vis, qua corpus deorsum premitur, erit, ut ejusdem superficies, non ut ipsa quantitas materiæ, quod quidem experientiæ repugnare, jam antea demonstravimus. Et quidem in hac hypothesi

corpora quælibet ſub eodem volumine eamdem haberent gravitatem ſpecificam ob æqualem fluidi actionem; ita æquale pondus haberent pes cubicus auri, & pes cubicus ſuberis. Præterea ob eamdem rationem, ſecluſa aeris reſiſtentia, deſcendentium corporum velocitas ſub eodem volumine foret in ratione reciproca maſſarum; ſi enim eadem vis maneat, velocitates ſe habent in ratione inverſa quantitatum materiæ, ut jam demonſtratum eſt. At corpora omnia æquali velocitate in vacuo boyliano deſcendunt, ac proinde gravitas agit in ratione maſſæ, non autem voluminis. Hæc demonſtratio quamlibet fluidi prementis hypotheſim evertit, niſi reponant Carteſiani, quod quidem faciunt recentiores hujus hypotheſeos reformatores, fluidum, quod gravitatis cauſa eſt, a noſtris fluidis longe diverſiſſimum eſſe, alias proprietates habere, & ſecùndum alias plane leges agere. Sed ita philoſophari nugari omnino eſt. Tali enim philoſophandi modo jam ineptiſſima quæque hypotheſeon commenta in Philoſophiam invehere licet, & de univerſa Phyſica actum eſt. In hanc concluſione de gravitate terreſtri dumtaxat ſermonem habemus; quæ enim ad gravitatem cœleſtem pertinent, explicato ſyſtemate planetario convenientius tractabuntur. Proprio etiam loco differemus de cauſa attractionis, quæ inter minimas viget corporum particulas, ubi phænomena ad hanc aliam attractionis ſpeciem referenda exponemus.

Objices contra primam partem. Gravia ad telluris centrum, non ad axem tendere, ex Carteſiana hypotheſi intelligitur. Nec contrarium probat allata inter probationes demon-

monſtratio. Re quidem vera ſi fingatur particula materiæ revolvens in circulo, cujus radius GB. (*Fig.* 7.) hujus materiæ vis centrifuga ſecundum radium GB dirigitur. Accurate quidem ſe habet demonſtratio, ſi circulus ſolitarie ſpectatur. At ſi circulus, ipſaque revolvens materia in vortice ſphærico, cujus partes ſint, conſiderentur; jam radius GB, ideoque & vis centrifuga in puncto B oblique ſe habet reſpectu tangentis BR; quare directio obliqua BG reſolvi debet in BC, quæ tranſit per centrum, & ad tangentem BR perpendicularis eſt. Hæc vis centrifugæ reſolutio patet ex demonſtratis de virium compoſitione, & reſolutione. Igitur vi centrifuga vorticis non pellentur gravia verſus G, ſed verſus vorticis centrum C. His demonſtratis ſic argumentari licet; graviſſima omnium difficultas, quæ objici ſolet, hæc eſt, quod nempe gravia ad centrum telluris non tenderent; atqui huic objectioni ſatisfactum eſt: Ergo &c.

Reſp. tranſeat major, nego min. Mirum ſane eſt, quod accuratiſſimæ demonſtrationis vim tali reſponſione eludere tentaverint ſcriptores aliqui rerum phyſicarum non omnino imperiti. Et quidem ſi virium reſolutionem inſtituere velimus, vis centrifuga GB non in ſolam vim per CB reſolvitur, ſed ſimul in vim tangentialem per BR. His autem duabus viribus conjunctis per BC, BR, corpus deſcribet diagonalem BC. Propoſitam objectionem abſurdam omnino eſſe, experientia confirmat. Si enim vas MAD liquore plenum corpus aliquod in B minus grave ſpecifice contineat; corpus illud verticaliter aſcendet per BG, non autem per BC

quod

quod tamen fieri oporteret, si valeret objectio.

Instabis. Fingi potest vortex duplici motu simul agitatus circa axes duos, quam quidem hypothesim factam legimus a Clarissimo Bulfingero in dissertatione de causa gravitatis, quæ ab Academia Regia Parisiensi anno 1728. præmio condecorata fuit. Hac posita vorticis duplici vertigine, jam fieri ait vir prælaudatus, ut fluidi particulæ circulos maximos singulæ describant. Itaque vis centrifugæ directio in quolibet puncto jacebit in circuli maximi plano, ac proinde vi centrifuga corpus pelletur ad commune circulorum maximorum centrum, hoc est ad centrum vorticis.

Resp. Nego ant. Fictitia omnino est, & male compacta Bulfingeri hypothesis. Vix in prædictam dissertationem oculos conjeceram, cum statim cognovi, curvam hoc duplici motu describendam ad illud pertinere curvarum sublimiorum genus, quas duplicis curvaturæ appellant Geomotræ. Idem problema litteris communicavi cum clarissimo viro Petro Martino Neapoli Astronomiæ Professore; nonnullaque ad hanc rem spectantia demonstravi. Talem vero inveneram quæsitæ curvæ figuram, ut numeri arithmetici 8. notam referat. Proposuerat Bulfingerus machinam quamdam, cujus ope ad experientiam problema posset revocari; sed hanc nondum perfectam affirmat, cum tempus instaret transmittendæ Parisios dissertationis, quam transmisit experimento nondum facto. Talis autem est machinæ structura; globus vitreus circa axem perpendicularem, & simul circa axem horizontalem eodem tempore conver-

vertitur, qui quidem duplex motus facile obtineri potest. Globi superficies macula aliqua facile conspicua notatur, ejusdemque maculæ motus observatur. Curavi talem machinam executioni mandari, sæpiusque experimento instituto maculæ viam attentis oculis persecutus, eam curvam observavi, quam Geomotria mihi jam certe demonstraverat.

Objicies contra secundam partem. Extant Nevvtóni litteræ ad Boylium datæ, in quibus ætheris cujusdam subtilissimi hypothesim hunc in modum constituit. Ponit Nevvtonus, ætherem formari ex particulis per gradus indefinitos mole diversissimis; fingit deinde, in corporum poris minus ætheris crassioris latere, quam in spatiis liberis; ideoque in telluris globo multo minorem contineri ætheris crassioris quantitatem, quam in aeris regione. Ponit deinde, ætherem crassiorem in aere ad regionem telluris superiorem tendere, subtiliorem vero ætherem in terra tendere ad partes aeris inferiores; ita ut a parte superiori atmosphæræ usque ad telluris superficiem, & a telluris superficie usque ad centrum æther per gradus perpetuo fiat subtilior. Fingamus jam corpus aliquod in aere suspensum, aut in ipsa telluris superficie positum; ætheris particulæ in superioribus corporis partibus crassiores sunt particulis ætheris, quæ in inferioribus corporis partibus continentur (ex hypothesi). Præterea æther crassior cum sit poris minus accommodatus, quam æther inferior, atque subtilior, descendere debet æther crassior, & locum subtilioris ætheri inferiori cedere; id vero fieri non potest, nisi corpus spatium ab æthere relictum occupet, ideoque descendet. Hæc est hipothesis Nevvtoniana,

quam

quam fere de verbo ad verbum ex prædicta epistola latine reddidimus; eamdem hypothesim plurimis aliis in locis indicavit Nevvtonus. Tandem aliæ fingi possent hypotheses. Quid enim vetat, quominus aliud quoddam invehamus fluidum, quod diversissimas a fluidis cognitis proprietates habeat, secundum alias omnino leges agat, quod nullam, aut fere nullam resistentiam præbeat, quod vi inertiæ, vi gravitatis careat; sit tamen gravitatis causa. Unde sic concludendum: admitti possunt hypotheses philosophicæ, quarum falsitas demonstrari non potest; atqui &c; ergo.

Resp. Nego maj. Tanquam vanissimam repudiamus illam Philosophiam, quæ meris innititur conjecturis, atque hypotheses communibus naturæ legibus contrarias longe rejicimus. In memoriam revocentur, quæ de philosophandi regulis, & hypotheseon usu præscripsimus. Descripta hypothesis non satis digna videtur celeberrimo auctore suo, qui tantam in philosophando severitatem, atque diligentiam adhibuit. Et certe nullam gravitatis rationem reddit hæc hypothesis, huic enim commentitio ætheri tribuit gravitatem, cujus proinde alia superest afferenda causa. Igitur non sine fundamento credunt Nevvtoniani, magistrum suum in proponenda hac hypothesi usum fuisse quadam *philosophica* prudentia, & receptis vulgaribus Philosophorum opinionibus parcere voluisse. Tandem philosophicam Nevvtoni modestiam nos imitati nequaquam pronuntiamus, nullam esse extrinsecam, & ab aliquo fluido oriundam gravitatis causam; id unum affirmamus, ex vorticibus cartesianis eam repetendam

dam

dam non esse, neque ex ullo fluido, quod easdem cum fluidis cognitis proprietates habeat. Et quidem si fluidum illud grave sit, iterum de causa gravitatis redit quæstio. Si idem fluidum agat in corporum superficiem, vel in interiores corporum particulas; secundum vulgares fluidorum leges corporibus imprimere non potest talem motus quantitatem, quæ sit accurate, ut quantitas materiæ. Tandem fluidum illud ita subtile foret, ut corporum etiam durissimorum substantiam penetraret, neque corporum motibus resistentiam præberet, vi tamen maxima in se mutuo corpora impelleret. Hæ quidem proprietates communibus fluidorum proprietatibus omnino repugnant, easque nobis innotas esse, fatemur. Quæ cum ita sint, facile concedimus, gravitatem esse *qualitatem occultam*, dummodo hoc nomine nihil aliud intelligatur, nisi ignota effectus alicujus causa. Valde autem probabile est, Aristotelem nullam alia huic vocabulo tribuisse significationem, eamque ab illius sectatoribus fuisse corruptam, & pro arbitrio varie explicatam, vel potius obscuratam.

ARTICULUS III.

De Centro gravitatis.

I. CUM ab ipsa gravitate ortum habuerint centri gravitatis doctrina, & nomen; rerum ordo postulat, ut argumentum illud, hic data occasione, pertractemus. *Centrum gravitatis* est punctum, ex quo corpus utcumque suspensum manet in æquilibrio, nulla parte præponderante. Quare si cen-

centri gravitatis motus omnis impediatur, immotas manere necessum est omnis corporis partes, ac proinde totum corporis pondus in ipso gravitatis centro collectum fingi potest, & loco ponderis ipsum gravitatis centrum substituere licet. Itaque patet, centrum gravitatis hoc modo definitum idem esse cum *centro æquilibrii*: quare utrumque vocabulum indiscriminatim usurpabimus. Non solum in corpore unico, sed quolibet corporum numero, seu, ut vocant, systemate considerari potest centrum gravitatis. Si virgam rigidam, atque inflexibilem fingamus omni pondere, & inertia destitutam, ipsaque suspendatur e puncto medio, & ad æquales hinc inde a medio suspensionis puncto distantias annectantur bini globi æqualis ponderis ipsi in æquilibrio manent, & neuter alterum vincere potest; quod evidens est, cum omnia hinc & inde sint paria, nullaque proinde sit ratio, cur unum alteri prævaleat. Si altera parte addatur pondus quamtumvis exiguum, tolletur æquilibrium, & pars illa descendet, ascendente altera. Si distantia a puncto suspensionis non sit eadem, bina corpora æqualia non manent in æquilibrio, imo fieri poterit, ut id quod gravius est, sed puncto suspensionis propius cogatur ascendere; atque hæc est regula generalis æquilibrii; habetur nimirum æquilibrium, si distantiæ a puncto suspensionis sint ponderibus appensis reciproce proportionales, ita ut tanto minor sit distantia, quanto pondus majus est.

Hæc autem lex æquilibrii facili ratiocinatione ita intelligi potest. Si quædam vis requiritur ad movendum corpus aliquod per datum spatium dato tempore; evidens est, requi-

quiri vim duplam ad movendum idem corpus per ſpatium duplum eodem dato tempore; item requiritur vis tripla ad movendum corpus per ſpatium triplum, & ita deinceps. Quare & illud manifeſtum eſt: ſi nempe quædam vis poteſt vim aliam contra propriam illius directionem agere per datum aliquod ſpatium dato tempore; ad eamdem vim ita agendam per duplum, triplum, dimidium ſpatium, requiritur vis dupla, tripla, dimidia. Jam vero in virga prædicta ſi ponendum ſit ex parte alterutra pondus, quod pondus aliud ex parte altera conſtitutum in eadem diſtantia ſublevare debeat, ipſo nonnihil majus eſſe oportet, ut oſtendimus. Si autem corpus attollendum ſit in dupla, tripla, dimidia diſtantia, attollendum erit per duplum, triplum, dimidium circuli arcum; illa enim pondera circa punctum ſuſpenſionis ſimiles deſcribunt circulorum arcus, qui proinde ſunt, ut radii, ſive ut diſtantiæ a centro motus. Quare requiritur dupla, tripla, dimidia vis &c., ac proinde ſi pondus eo ſit minus, quo diſtantia major eſt in eadem ratione, neutra pars vincere poteſt, ſed pondera in æquilibrio manere neceſſum eſt. Hoc ergo eſt principium æquilibrii: diſtantiæ ſcilicet a centro motus ſunt in ratione reciproca ponderum, ſive maſſarum; ſunt enim pondera maſſis proportionalia. Fingi autem poſſent infinitæ gravitatis hypotheſes: in quibus pondera non forent maſſis proportionalia; tumque *centrum maſſæ*, per quod nempe traducto utcunque plano corpus divideretur in maſſas æquales, idem non foret cum centro gravitatis. Verum tales hypotheſes Geometris conſiderandas relinquimus;
Phy-

Phyſicis gravitatem conſtantem, qualem in machinarum viribus, aliiſque experimentis ſeſe manifeſtat, contemplari ſatis ſit.

II. Præcedens doctrina ad machinarum quarumlibet vires æſtimandas maxime valet. In quavis machina binæ utcunque vires inter ſe ponuntur connexæ, quarum quidem unam appellare ſolent *potentiam*, alteram vero *reſiſtentiam*. Ubi autem vires quæcumque ad machinam transferuntur, non ſolum attendi debet ipſa potentia *abſoluta*, ſine ullo ſcilicet machinæ adjumento; ſed etiam velocitas, qua moveri inciperent vires ſecundum propriam directionem, ſi vincerent, vel contra directionem propriam, ſi vincerentur. Jam vero in caſu æquilibrii vires ſunt in ratione reciproca diſtantiarum a centro motus, vel quod idem eſt, reciproce ut ſpatia eodem minimo tempore percurrenda, aut etiam ut velocitates *initiales* reciproce. Quare ſi vires abſolute oppoſitæ multiplicentur per ſuas a centro motus diſtantias, vel per ſpatia iiſdem temporibus deſcribenda, erunt producta illa hinc & inde æqualia in caſu æquilibrii. Productum ex potentia in diſtantiam a centro motus vocatur *momentum potentiæ*; productum vero ex reſiſtentia in ſuam a centro motus diſtantiam dicitur *momentum reſiſtentiæ*. Hic vero recordari oportet ſæpius inculcatam virium definitionem; nempe virium nomine nihil aliud intelligimus, niſi motum quemdam dato tempore genitum, ac proinde æquilibrii nomine nihil aliud intelligi volumus, niſi motum æqualem eodem tempore in partes contrarias producendum; unde patet, æquilibrii notionem, & demonſtrationem nulli ambigui-

gui-

guitati, aut exceptioni obnoxiam esse posse. Eamdem vero demonstrationem manere evidens est, si vires quotlibet ad machinam adhibeantur; collectis nempe virium omnium momentis, si summa omnium, quæ machinam in unam partem nituntur convertere, inveniatur æqualis momentorum summæ in partem oppositam, habebitur æquilibrium. Si autem altera summa sit major, hæc vincet, machinamque movebit. Sed hæc omnia simpliciorum machinarum exemplis illustrabimus.

In statera, quæ *Romana* dicitur, pondus mobile excurrit per virgam ferream in partes æquales divisam, adscriptis numeris, qui libras, librarumque partes designant. Quo magis pondus removetur a puncto suspensionis, quod *hypomoclium* dicunt, eo majus pondus ex adversa parte in constanti quadam distantia suspensum requiritur ad servandum æquilibrium. In statera *vulgari* æquales sunt a puncto suspensionis distantiæ. Evidens autem est, utriusque steræ ope æstimari posse corporum pondera. In *vecte* generaliter, sive fulcrum immobile, cui vectis innititur, sit inter vim, & resistentiam, quæ dirigantur ad partes oppositas, sive fulcrum jaceat ultra vim, & resistentiam, quæ in eadem directione agant; quo remotior erit vis ab ipso fulcro, eo majus erit ejus momentum, ideoque quo magis removemus manum a fulcro, eo facilius pondus sublevamus. In *cuneis* augetur momentum, si longiores sint, & tenuiores; nimirum si minor sit angulus, qui corpus frangendum, vel dividendum penetret. Nam si minor est angulus, eo majus erit spatium, quo cuneus pro-

promovetur a vi ipsum impellente, & minus erit spatium, quo a se invicem discedunt partes *laterales*, quæ cunei progressum impedire nituntur. Quoniam autem angulus, quem efficiunt binæ lineæ curvæ, ubi se contingunt, est in immensum minor, quam angulus, quem efficit recta cum alia recta, ut constat ex ipsis Geometriæ elementis; idcrico ungues, & rostra incurvata, & multo magis novaculæ utrinque introrsum excavatæ tam facile penetrant. In *Cochlea*, dum manus ingentem peragit gyrum, axis per unicam spiram promovetur. Hinc momentum eo majus, quo spira tenuior, & circulus, quem manus peragit, eo amplior. In machina, quam dicunt *axem in peritrochio*, vectibus oblongis horizontaliter infixis cylindrus convertitur, cui interea dum advolvitur funis ponderi trahendo, vel attollendo adnexus, pondus ipsum promovetur in singulis revolutionibus, quanta est cylindri circumferentia; vis autem vectibus illis applicata movetur per totam circuli circumferentiam, cujus radius est ipsa vectis longitudo. Alteram tandem subjungimus machinam, *trochleas* scilicet, quæ si fixæ fuerint, vim non augent; at si ita fuerint conjunctæ, ut aliæ sint immobiles, mobiles aliæ, jam vis in immensum augeri posset. Dum enim manus removetur a proxima trochlea, tantum ipsa movetur, quantum funis educitur, & tantundem contrahitur summa funium omnium a trochlea ad trochleam aliam tendentium, ideoque singula funium intervalla, quæ tot sunt, quot trochleæ, eo minus contrahuntur, quo major est trochlearum numerus, & eo minus tro-

chleæ

chleæ mobiles ad immotas accedunt, ideoque pondus eo minore ſpatio promovetur. Præcedentes machinas nulla ſubjecta figura explicavimus; nemo enim eſt, qui machinas illas oculis frequenter non uſurpaverit, viſu autem multo facilius, quam auditu percipiuntur.

Nunc vero breviter explicandum, quid valeant machinæ, ſeu quanta utilitate adhiberi poſſint. Demonſtratum eſt, in caſu æquilibrii eſſe MV = mv, ubi M, m denotant pondera quælibet, V, v velocitates. Jam vero ſi ſpatia dicantur S, s, tempora T, t; erit $V = \frac{S}{T}$, $v = \frac{s}{t}$, ideoque $\frac{ms}{t} = \frac{MS}{T}$, vel ms = MS; cum in machinarum actione tempora ſint æqualia. Eo itaque reducitur machinæ cujuslibet actio, ut potentia m, quæ tempore unius horæ E. G. deſcribere poteſt ſpatium s, pondus M per ſpatium S ſublevare valeat. His poſitis, ſi m exhibeat pondus exiguum, M vero maſſam valde magnam: evidens eſt, producto ms repræſentari non poſſe momentum valde magnum, niſi ſpatium S eo minus ſit reſpectu s, quo majus eſt pondus M reſpectu potentiæ m. Quare ſi s repræſentet ſpatium valde magnum, oportet, ut tempus in eadem ratione majus ſit; cum neceſſario determinatum ſit ſpatium dato aliquo tempore unius horæ percurrendum. Hinc ergo colligitur, in machina qualibet etiam perfectiſſima compendium virium neceſſario conjunctum eſſe cum temporis, & ſpatii

ſpatii diſpendio. Quare minime credendum eſt imperitis, ut non raro contingit, hominibus, qui ingentia pondera breviſſimo tempore ad magnam altitudinem attollere pollicentur.

III. In æſtimandis viribus ipſa virium directio conſiderari omnino debet. Sit (*Fig.* 8.) C in vecte KL centrum motus, ſintque A, & B vires duæ, quæ agant ſecundum directiones KA, & LB. Ex centro motus ducantur CM, CN perpendiculares ad directiones virium in M, & N; ponatur CM minor, quam CN, & ex centro C intervallo CN deſcribatur circulus NHD rectæ KA occurrens in D. Vis abſoluta A repræſentetur per DA; hæc reſolvi debet in vim DG ſecumdum directionem CD, & in vim DF perpendicularem ad CD, completo ſcilicet parallelogrammo AFDG. Jam vis DG agens ſecundum directionem CD a centro ſcilicet circuli, vel rotæ DHN verſus circumferentiam, nihil valet ad convertendam rotam circa C; ſola vis DF, quam *relativam* appellant, hunc effectum producere poteſt; ac proinde vis abſoluta eſt ad vim relativam, ut DA ad DF. Præterea vis B tendens ad partem contrariam conſiderari poteſt applicata in N, vel L; vis enim eadem manet, in quocunque directionis ſuæ puncto conſtituatur; pondera enim eadem manent in variis a terra diſtantiis, ac proinde & vires, quæ ponderibus æquivalent. Jam ſi vis B æqualis ponatur vi reſpectivæ DF, erunt conatus æquales, & oppoſiti, ac proinde in æquilibrio ob diſtantias CD, & CN æquales; erit ergo in caſu æquilibrii vis relativa per DF ad vim abſolutam per DA,

DA, ut DF ad DA, ut B ad A; atque ob triangula AFD, DMC ſimilia, erit B : A = DF : DA = CM : CD = CM : CN. Hanc ergo generalem demonſtravimus pro qualibet virium directione æquilibrii legem; nempe vires eſſe in ratione reciproca perpendicularium, quæ ex centro motus ad reſpectivas virium directiones ducuntur.

IV. Ad demonſtrandam æquilibrii legem virgam inflexibilem, gravitate, & inertia carentem, qualis nulla exiſtit in rerum natura, fingunt Phyſici. Igitur in æſtimandis ponderibus, gravitatis ratio habenda eſt. Id vero ſtateræ Romanæ exemplo declarare non abs re erit. In hac machina conſiderentur brachia duo inæqualia, quorum nota ſint pondera; jam brachiorum pondera in ſuo gravitatis centro reſpective collecta fingi poſſunt, ac proinde momentum brachii utriuſque erit, ut productum ex pondere in diſtantiam centri gravitatis a puncto ſuſpenſionis reſpective, eritque momentorum differentia exceſſus ponderis, qui proinde auferri debet, ut juſtum pondus habeatur. Quia vero brachia ſunt homogenea, centrum gravitatis in brachiorum medio conſtitutum eſt; ſunt autem tota inter ſe, ut medietates; quare pondus uniuſcujuſque brachii ducatur in ſuam a centro ſuſpenſionis diſtantiam; momentorum differentia erit ipſum pondus ſubtrahendum. Ex his patet, ſtateram Romanam ob brachiorum inæqualitatem minus accuratam exhibere ponderis menſuram; fraus autem maxime creſcere poteſt, ſi brachia non fuerint homogenea. Hinc ſtateram vulgarem ob brachia æqualia in commercii uſu adhibere præſtat; ſi autem ſtatera illa

fraude aliqua peccaverit, facile detegitur dolus, permutatis ponderibus; ex demonstratis enim facile intelligitur, nullum in statera dolum latere, si in utroque casu maneat ponderum æqualitas. At statera Romana ad examen revocari non potest, quod quidem machinæ hujus vitium est maximum.

V. In omnibus machinis aliud est incommodum omnino inevitabile, mutuus nempe partium attritius. Nulla enim machina moveri potest, nisi partes aliæ super alias incedant, atque labantur. Nulla autem est superficies etiam eximie lævigata, quæ plurimis non emineat asperitatibus, &, ut ita dicam, monticulis, quod quidem demonstrant observationes microscopicæ. Illæ vero asperitates sine resistentia, sine difficultate aliqua superari non possunt. Igitur quæ hactenus demonstravsmus de machinarum viribus, dicta volumus dumtaxat in hypothesi, quod omnia abessent impedimenta: quæ profecto efficiunt, ut ad movendum pondus major potentia requiratur, quam quæ ex præcedenti doctrina definitur. At quo magis impedimenta de medio tolles, eo propius experimenta ad demonstrationes physicas accedent.

Resistentiam ex mutuo partium attritu oriundam variis experimentis æstimare tentarunt diligentissimi Physici, sed irrito, ut nobis videtur, conatu. Alii resistentiam illam ex ipsa superficierum magnitudine computandam esse existimarunt, alii ex corporum pondere, alii tandem ex ipsa velocitate; at mihi facile persuadeo, ex his tribus conditionibus pendere mutuum partium attritum. Et quidem quo major est superfi-

cies,

cies, eo plures occurrunt ſuperandæ aſperitates. Præterea quo majus eſt corporis pondus, eo altius corporis unius aſperitates alterius corporis cavitatibus inferuntur. Tandem quo major eſt velocitas, eo plura dato aliquo tempore ſuperanda occurrunt impedimenta. At præter conditiones illas maxime etiam conſiderari debet ipſa ſuperficierum natura, prominentium ſcilicet partium aſperitas, numerus, textura, durities, aliæque plurimæ qualitates nullo experimento ſatis accurate definiendæ, atque hinc fit, ut varia experimenta varias præbeant reſiſtentiarum menſuras. Tandem in æſtimanda reſiſtentia conſiderari etiam debet vectis longitudo, quam tamen prætermittere ſolent plerique Phyſici, perperam quidem. Etenim mutuus partium attritus corporis mutum deſtruit, ac retardat, non ſecus ac faceret potentia, quæ ad partes, directioni motus contrarias, ageret, ac proinde ad æſtimandam reſiſtentiam ſatis non eſt reſiſtentiæ abſolutæ rationem habere, ſed vectis longitudo attendi etiam debet. Exemplo ſit trochlea circa axem mobilis, cujus ope pondera attolli ſolent; reſiſtentia ex mutuo partium attritu oriunda eſt mutuus axis trochleæ, & cavitatum, quas ingreditur, attritus; quare reſiſtentia illa eo breviori vectis brachio applicatur reſpectu potentiæ trochleam moventis, quo minor eſt axis diameter reſpectu diametri trochleæ; atque hinc fit, ut multo minor ſit trochleæ circa axem mobilis reſiſtentia. Inde etiam intelligitur trochlearum, rotarumque majorum commoditas, & ex iiſdem principiis pendet vulgaris uſus, quo nempe ad retardandum rapidio-

rem currus descensum sufflaminari solent rotæ. Etenim resistentia ex partium attritu oriunda rotæ circumferentiæ in hoc casu applicatur, secus autem ipsius axis peripheriæ. Ex hactenus explicatis derivari possunt in datis casibus utilissima sane artificia ad minuendam mutui attritus resistentiam; sed rem fusius persequi non est hujus loci.

VI. Ex centri gravitatis doctrina non solum pendent machinarum vires, sed alia quoque phænomena plurima, quorum pauca proponere satis erit. Si ex centro gravitatis corporis alicujus ducta intelligatur recta ad horizontem perpendicularis, hæc vocatur *linea directionis*. Porro linea illa vel cadit intra basim, vel extra ipsam occurrit: quare cum in ipso gravitatis centro totum corporis pondus locatum fingi possit, patet, in primo casu nullum esse ruinæ periculum, si nempe linea directionis intra basim cadat; sustinetur enim corpus: contra autem linea directionis extra basim excurrente corpus labi, & præceps ruere necessum est, nisi ipsa obstaret partium tenacitas. Mirum ergo non est, quod turres Pisana, & Bononiensis, licet maxime inclinatæ, firmæ tamen, & stabiles consistant. Hinc naturali quadam mechanica corpus retrorsus inflectunt imperiti quoque homines, si per locum declivem descedant; contra autem si ascendant, corpus antrorsum incurvant, ut nempe linea directionis in basim retrahatur. Hinc homines ambulantes singulo passu a dextera ad sinistram, & vice versa corpus convertunt. Hinc homines pingues, & obesi situm rectum affectare solent. Eadem de causa bajuli, qui pondus alte-

alterutra manu gestant, manum alteram in partem oppositam extendunt. Tandem eodem artificio funambuli sese in omnes partes pro necessitate contorquent, & longiori pertica utuntur, quam hinc & inde versant maxima industria, ut linea directionis extra angustissimum funem non excurrat.

VII. Centri gravitatis inveniendi rationem formula algebraica exhibere solent Geometræ; nobis vero, qui rerum facilitati maxime studemus, centrum gravitatis in corpore quocumque mechanice invenire satis erit. Corpus aliquod filo suspendatur, volvetur, converteturque corpus illud, donec filum ad terræ superficiem perpendiculariter dirigatur, centrum gravitatis erit in hac perpendiculari, nempe in linea directionis, quod quidem evidens est ex gravitatis directione & ex ipsa centri gravitatis natura. Jam attramento, vel colore aliquo facile conspicuo in ipsa corpori superficie notetur linea, quam perpendiculi filum fecerit: rursus ex alio puncto suspendatur corpus, invertaturque corporis situs, & pari modo linea perpendiculi signetur, communi duarum linearum intersectioni imminebit centrum gravitatis; & re ipsa si corpus ex hoc puncto suspendatur, immotum manebit. Res eadem facilius præstari potest adhibita tabula horizontali probe lævigata; promoveatur nempe corpus, quantum fieri potest versus marginem tabulæ, ita ut tamen non cadat; notetur in ipsa corporis superficie linea, quæ est communis intersectio superficiei, & tabulæ: deinde iterum invertatur corporis situs, promoveaturque,

ut ante: habebuntur communes interſectiones duæ, nempe ſecundum longitudinem, & latitudinem, quarum communi interſectioni intra ipſum corpus ſubjacebit centrum gravitatis. Cæterum evidens eſt, in corporibus homogeneis, quæ in partes æquales, & ſimiles dividi poſſunt, centrum gravitatis idem eſſe cum puncto corporis medio, quod *centrum figuræ*, vel *magnitudinis* ſolet appellari.

Dato gravitatis centro in quolibet corporum numero, commune gravitatis centrum omnium ex antea demonſtratis facile invenitur. Si bina fuerint corpora quæcumque, centrum commune gravitatis erit in recta jungente utrumque gravitatis centrum; in medio ſi fuerint æqualia; ſi vero inæqualia, ita propius erit centrum commune gravitatis maſſæ majoris centro, ut diſtantiæ ſint ipſis maſſis reciproce proportionales, ex demonſtratis. Si corpora ſint tria, conjuncto gravitatis centro communi binorum corporum cum centro tertii, diviſaque recta jungente in ratione reciproca maſſæ minoris ad ſummam maſſarum; punctum hoc modo inventum erit centrum commune quæſitum. Eadem ratione progredi licet ad maſſas quaſcumque. Hæc autem omnia facile deducuntur ex demonſtrato æquilibrii principio, ſi nempe conſideretur corporis pondus tanquam coactum in centro gravitatis, atque eadem ratione evidens eſt, centrum gravitatis eſſe unicum. Fingamus enim, aliud eſſe punctum. Jam quia totum corporis pondus in centro gravitatis adunatum fingi poteſt; corpus ſuſpenſum extra gravitatis centrum quantum fieri poteſt, deſcen-

descendere debet; nec potest quiescere, donec ad punctum infimum pervenerit. At proprietatem illam punctis duobus convenire repugnat. Itaque si corpora quotlibet inter se quomodocumque connexa e centro gravitatis communi suspendantur, totum corporum systema in æquilibrio manere necessum est. Hæc pauca dicta sint de centro gravitatis, non quidem pro rei dignitate, sed quantum postulare videtur harumce institutionum ratio.

APPENDIX

De quibusdam Capitis præcedentis utilitatibus.

I. QUod gravitatis doctrinam spectat, illius utilitas manifesta fiet ex dicendis deinde, ubi scilicet motus ex gravitate oriundos explicabimus. Interim vero observare satis sit, ex variis Philosophorum hypothesibus de causa gravitatis, & ex ipsius rei difficultate omnino evinci, in Physica sua esse, & quidem abditissima arcana, quæ nulla humani ingenii vis reserare potest. Si autem in rebus limitatis a Deo creatis insuperabiles persæpe occurrant difficultates, quod quidem a nemine suæ tenuitatis, & ignorantiæ conscio negari potest, qua fronte creatorem infinitum, & sanctissima religionis mysteria curiosius scrutari, atque penetrare tentant superba impiissimorum hominum ingenia, qui id omne respuunt, & velut a ratione alienum fastidiose traducunt, quod suo imbecilli quidem ingenio non possunt

comprehendere ? Itaque apud religiosos, probosque Philosophos ea semper obtinere debet præstantissima, & unica philosophandi ratio, quæ fundatur in experimentis, & observationibus; hæc vero si ad physicam, mechanicamque causam non semper nos deducat, ad causam infinitam, Deum conditorem, & Dominum nos certissime perducit. Hic est fructus Philosophiæ uberrimus, naturæ majestatem propius intueri, naturæ authorem impensius colere, & venerari, illique soli servire. His autem pietatis, & religionis ergo præmissis, jam inter innumeras capitis præcedentis utilitates paucas seligamus.

Ad explicandos animalium motus maxime valet præcedentis capitis doctrina, quam quidem utilitatem satis demonstravit *Joannes Alfonsus Borellus* in eximio opere, cui titulus est: *De motibus animalium*. Paucis exemplis rem declarare satis erit. Fingatur brachium horizontaliter extensum, extremisque digitis alligatum intelligatur pondus viginti octo librarum, quod quidem onus ab homine satis robusto in hoc situ sustineri posse experientia compertum est. Tale pondus sustinetur vi musculi, cujus extremitas superior annexa est capiti rotundo ossis humeri, altera autem extremitas capiti rotundo ossis cubiti alligatur. Jam cubitus cum manu extensa circa centrum articulationis in osse cubiti revolvi potest; notum præterea est ex diligentiori Anatome, distantiam musculi a centro articulationis esse ad ponderis ab eodem centro distantiam, ut 1 ad 20. Quare ut habeatur momentum musculi, multiplicari debet pondus absolutum, nempe 28.

28 librarum per 20, distantiam scilicet a centro motus, efficiturque productum 560 librarum; tanta nempe est vis musculi, ut libris 560 æquivaleat, ob superandam vectis longitudinem; id vero ex demonstratis facile intelligitur. Simili ratione ad calculum revocari possunt in alio quolibet casu musculorum vires, dummodo per Anatomen data sit distantia a centro motus, & per experientiam superata resistentia innotescat. Porro hic obiter observanda est admirabilis plane musculorum dispositio; musculi scilicet ossibus alligantur in minori a centro motus distantia; ita ut potentiam musculi multo majorem esse oporteat. Quamvis autem animalibus orta inde videri possit aliqua virium jactura, in hac tamen structura omnipotentem Creatoris manum plane mirari debemus; Si enim potentia longius distaret a centro motus, jam ob majorem articulationis distantiam non solum deformis, atque molesta foret musculorum, animaliumque figura; sed etiam ad motum minus idonea, suaque mole, ac crassitie animalia laborarent.

II. Ad firmitatem ædificiorum æstimandam eadem principia transferri possunt. Fingantur trabes duæ similes cylindricæ, vel prismaticæ ABDE, FGHK (*Fig. 9.*) muro immobili IL infixæ, divisæ intelligantur AB, FG æqualiter in C, M. Jam illarum pondera fingi poterunt collecta in punctis C, M centro gravitatis directe oppositis. Facilitatis ergo ponatur AB = 2FG, erit pondus trabis ABDE octuplo majus pondere trabis FGHK; sunt enim trabes illæ utpote similes in ratione triplicata laterum homologorum ex elementis Geometriæ. Quare cum

pondus trabis ABDE locatum fingatur in C; sitque AC duplo major distant FM; erit momentum totum ad rumpendam trabem in puncto A decies sexies majus momento trabis alterius. Jam conferantur vires, quæ trabes illas integras, muroque infixas servare conantur. Sit ARE trabis majoris sectio, & FSK minoris. Dividantur AE, & FK, æqualiter in P, & Q; erit in qualibet sectione fibrarum *longitudinalium* numerus, ut sunt sectiones ipsæ, ac proinde ut quadratum rectæ AE ad quadratum recte FK (ex elementis Geometriæ), nempe ut 4, ad 1; ideoque etiam cohæsio, quæ est, ut fibrarum numerus, erit in eadem ratione; sed cohæsio illa considerari potest, ut vis resistens, cujus proinde resistentiæ ut habeatur momentum, hæc collecta poni debet in certo gravitatis P, & Q; ideoque cum sit AP = 2FQ, erit in prima trabe momentum resistentiæ octuplo majus. At momentum vis, quæ trabem majorem in puncto A rumpere, & a muro avellere conatur, est decies sexies majus: unde evidens est, vires, quæ ad trabes rumpendas tendunt, crescere in ratione quadruplicata longitudinum; vires autem oppositas, adhæsionis nempe, crescere tantum in ratione triplicata. Hinc trabes majores, servata licet partium proportione, rumpuntur facilius; imo tanta esse posset illarum longitudo, ut proprio pondere fractæ necessario ruerent. Merito igitur concludit Galilæus, ædificium aliquod firmum stare posse, quod procul dubio rueret in formam justo ampliorem redactum, manente licet partium proportione; quod quidem in arte architectonica utilitate non vacat.

Ex

Ex eodem principio infert celeberrimus Author, suos esse in operibus naturæ, & artis limites, quos ultra consistere eadem opera minime valerent. Ita si arbores nimio donarentur volumine, gravitate sua oppressi rami facile rumperentur. Simili ratione crassiora animalia vim non habent, quæ illorum magnitudini respondeat; atque hinc si aliqua forent terrestria animalia multo majora iis, quæ novimus, vix organicos motus exequi possent, suaque mole fatiscerent, perpetuisque obnoxia essent periculis. Ex hac doctrina concludere audent intemperatiores quidam critici, nullos unquam extitisse homines, qui justam, vulgaremque hominum magnitudinem multum excederent. Nec Scriptores illos hac in re valde moratur S. Scripturæ auctoritas; ajunt enim nominibus Hebræis *Nephilim*, & *Gibborim*, quæ in primigenio textu leguntur, & in *vulgata* nostra gigantum nomine redduntur, significari etiam posse scelestos homines, suisque flagitiis non minus quam staturæ magnitudine famosos. Quod autem refertur Deuter. 3. de lecto Og, *qui novem cubitos habebat longitudinis, & quatuor latitudinis*, de sola lecti manitudine iidem auctores intelligunt, eamque ferunt apud orientales populos consuetudinem, ut amplissimos lectos ad pompam ornarent, & in tali ornamento fastum collocarent. Verum quidquid sit de hebraicorum nominum ambiguitate, eam omnino dirimit vulgatæ versionis, & 70. Interpretum auctoritas, nullumque dubitandi locum relinquit gigantis Goliath altitudo, quæ lib. 1. Reg. describitur: *Sex cubitorum, & palmi*. Itaque ex dictis hoc unum colligere licet, præter con-

ſuetas naturæ leges conformatos fuiſſe enormes gigantes, & ſingulari virium proportione donatos, quod quidem exemplo ſuo confirmant aliqui inuſitatæ ſtaturæ homines, qui his noſtris temporibus per urbes vagantur, ſuæque magnitudinis beneficio victum quæritant. Tales autem homines, ſi cum antiquis gigantibus conferantur, velut nani, & pumiliones haberi debent, ſua tamen magnitudine quaſi opprimi, & laborare obſervantur. Neceſſaria ergo fuit antiquis gigantibus inſolita, & præter naturæ humanæ ordinem virium proportio; præſertim ſi verum ſit, quod de gigantibus illis legitur, aliquos ſcilicet longe ultra vulgarem hominum ætatem, & per multa ſæcula vixiſſe. Idem dicendum de gigantibus, quos etiamnum hodie magno numero extare narrant viatores nonnulli, quibus tamen facilius, & niſi dicto fides conſtiterit, credendum non eſt.

Fornicum ſtabilitas ex centri gravitatis doctrina omnino pendet. Rem leviter attingam. Intelligatur fornicis arcus ex diverſis conſtans lapidum ſegmentis, cuneorum inſtar diſpoſitis & ad arcus centrum tendentibus. Lapis arcus ſuperior, qui fornicis *concluſiva*, ſeu *clavis* appellari ſolet, perpendicularis eſt ad horizontem, atque hinc & inde contiguis lapidibus ſuſtinetur. Ductæ concipiantur verticales per ſingula gravitatis centra in ſingulis lapidum ſegmentis. Jam lapis ſuperior lapidibus contiguis veluti planis inclinatis incumbit, ac proinde tota vi gravitatis non tendit ad deſcenſum, ſed aliqua tantum gravitatis parte, quæ eo major eſt, quo minus inclinata ſunt contigua lapidum plana. Quare ſi planorum inclinatio fingatur infinite parva,

va, hoc eſt, ſi lapidum ſegmenta forent ad horizontem perpendicularia non ſecus ac fornicis clavis; jam clavis tota vi gravitatis ad deſcenſum tenderet, & re ipſa deſcenderet, niſi arenato, & calce retineretur; atque hinc minus tuti ſunt, & facile ruinoſi fornices plani; ſed accuratos fornices conſideremus. Clavis intra contiguos lapides conſtricta per lineam verticalem ad deſcenſum tendit; hunc vero cónatum exercere non poteſt, niſi hinc & inde premat contigua lapidum ſegmenta, eaque conetur repellere. Hæc autem clavis actio in lapidem contiguum exhibetur per rectam ex centro gravitatis clavis perpendiculariter ductam ad lapidis contigui ſuperficiem. Patet autem ex virium compoſitione, & reſolutione, hanc lineam eſſe diagonalem parallelogrammi, cujus latera duo ſunt vis perpendicularis, qua clavis tendit ad deſcenſum, & vis horizontalis, qua clavis tendit ad removendum lapidem contiguum. Secundum illud lapidis ſegmentum vi clavis per diagonalem prædictam impulſum, urgetur quoque vi gravitatis ad horizontem perpendiculari, atque hinc reſultat vis alia compoſita, qua urgetur lapis alius contiguus, atque ita deinceps ad ultimum uſque lapidem fornicis fulcro inſiſtentem. Jam vero ea eſſe debet ſingularum fornicis partium ſtructura, atque ſectio; ut lapides ſinguli a fornicis clavi ad fulcrum vim compoſitam exerceant, ad horizontem per gradus minus ac minus inclinatam, atque ita vis tota in ipſum fulcrum fere perpendiculariter dirigatur. Supereſt jam, ut vim horizontalem, ipſiuſque fulcri reſiſtentiam conſideremus. Totum dimidii fornicis pondus collectum fingatur in centro gra-

gravitatis, ex quo ad superiorem lapidis ultimi superficiem ducta intelligatur perpendicularis, secundum hanc directionem dumtaxat dimidius fornix in ultimum fornicis segmentum agere potest. Hæc autem vis ad fulcrum debet referri, & in duas vires dividi, verticalem unam, horizontalem alteram. Vis ad fulcrum perpendicularis fulcrum ipsum magis premit, atque confirmat; vis autem horizontalis ad fulcrum evertendum tendit. At fulcrum totam gravitatem huic conatui opponit; hæc autem gravitas agit per lineam verticalem e centro gravitatis ductam ad basim ipsius fulcri. Itaque in æstimandis fornicum viribus duæ considerandæ sunt actiones contrariæ, prima horizontalis, qua fornix ad fulcrum subvertendum tendit; perpendicularis altera, nempe fulcri resistentia. Tandem duæ illæ actiones ad centrum motus in ipsa basi referendæ sunt; atque eo majus est virium illarum momentum, quo major est a centro motus distantia; tota ergo huc reducitur fornicis stabilitas, ut nempe dimidii fornicis actio horizontalis fulcri resistentia major non sit. Hæc sunt utilissimæ doctrinæ elementa, quæ ad calculum facile revocabunt Geometræ, nobis autem satis sit rem generatim indicasse.

III. Ad principia in præcedenti capite explicata pertinet horologiorum rotis instructorum motus, sed utilitas melius intelligitur deinceps, demonstrata scilicet pendulorum doctrina, unicum aliud utilitatis exemplum afferemus. Nemo non vidit in *portatilibus* horologiis *machinulam conicam*, quam catenula amplectitur. Hujus figuræ ratio ut intelligatur, observandum est desinente horologii

gii motu, catenulam cylindrico horologii tympano totam circumplicari; si autem horologio motus restituatur, catenula e tympano ad conicam machinulam transire debet. Id vero fieri non potest, nisi tympanum convertatur, totque revolutiones perficiat, quot gyris catenula ipsa tympano convolvitur. Præterea talis est in tympano partium structura, ut eo per vices revoluto, magis ac magis tendatur lamella elastica in tympano conclusa. His præmissis evidens est, majorem tunc haberi lamellæ elasticæ tensionem, ac proinde & majorem vim, dum catenula tota conicæ machinulæ circumponitur; hæc autem tensio per gradus decrescit, dum machinula revolvitur, ac tandem vis fit omnium minima, dum gyros fere omnes catenula absolvit, & puncto ultimo proxima est. Itaque patet, ex illa vis motricis inæqualitate futurum esse, ut perpetuæ variationi obnoxius sit rotarum motus, nisi figura conica paratum fuisset huic incommodo remedium. Igitur ad corrigendam motus inæqualitatem efficiendum erat, ut majore existente vi motrice minor foret distantia a centro motus, ideoque & minor machinulæ diameter, & contra; oportet nempe, ut in machinulæ puncto quolibet productum ex vi tensionis in distantiam a centro motus sit constans semper, & æquale; hoc enim artificio fit, ut vis motrix eadem perpetuo maneat, atque uniformiter fere moveantur rotæ, non secus ac facerent appenso aliquo constanti pondere. Cum ergo demonstrata principia accurratam nobis suppeditent temporis mensuram, hanc quoque utilitatem inter innumeras alias commendare voluimus. Pro-

ble-

blema est apud Geometras notissimum: invenire curvam, cujus revolutione genitum solidum quæsitam præberet in horologiis motus æquabilitatem, ex qua proinde curva formari deberet prædicta machinula. Verum res est sublimioris indaginis, atque motus uniformitatem, convenientemque figuram repetitis experimentis accuratissime inveniunt peritiores horologiorum artifices; talis figuræ rationem exposuisse satis sit.

SECTIO SECUNDA.

De reliquis universalibus corporum proprietatibus ex virium notione derivandis.

CAPUT I.

De motu in genere, variisque illius speciebus.

Ex ipsa virium notione derivari *mobilitatem* & *quiescibilitatem*, evidens est; motus enim est virium effectus, & seclusa vi qualibet impressa, corpus semel quiescens perpetuo quiesceret. Amplissimum quidem patet hujus capitis argumentum; sed præcipuas dumtaxat motuum species expendemus. Et 1. quidem de motu generatim paucis præmissis, ad motum rectilineum, & deinde ad curvilineum progrediemur; illas autem dumtaxat motuum leges explicabimus, quæ in rerum natura maxime obtinent, prætermissis variis motuum variabilium pro arbitrio confictis hypothesibus. Tandem corporis solitarii motu considerato, diversos corporum motus inter se comparabimus, & conflictuum regulas demonstrabimus.

AR-

ARTICULUS I.

De motu generatim considerato.

I. MOtum jam antea definivimus *continuam loci mutationem;* unde intelligitur, quietem esse *perseverantiam* in eodem loco. Quare cum *mobile* non consideremus, nisi quatenus locum mutat, & a magnitudine, aliisque affectionibus quibuscumque abstrahamus, mobile instar puncti consideratur, quandiu solius mutationis loci ratio habetur, atque ideo durante motu lineam describere ponitur; continuo enim motu puncti linea describi concipitur. Locus, a quo mobile recedit vel recedere conatur, dici solet in scholis *terminus a quo;* locus vero, ad quem mobile accedere conatur, *terminus ad quem* appellatur. Locus duplex distinguitur, *absolutus*, & *relativus*. Locus absolutus dicitur pars spatii immobilis, & immensi, quam res occupat. Locus autem relativus est spatii alicujus dati pars illa, quæ tanquam immota spectatur, & in qua res locatur. Hinc patet, fieri posse, ut mutetur locus absolutus, non mutato loco relativo, & viceversa; nam si nauta in navi, quæ plenis velis fertur, dormiat, locum suum absolutum mutat cum navi ipsa, servat vero eumdem locum relativum respectu partium navis; at si nauta pari velocitate, qua fertur navis ipsa, progrederetur contra navis directionem, mutaret locum relativum, manens in eodem loco absoluto. Itaque pro varia loci mutatione, motus vel est absolutus, si mutetur locus absolutus; vel relativus, si mutetur locus relativus. Idem dicendum est

de

de quiete, quæ eſt perſeverantia in loco vel abſoluto, vel relativo. Fieri igitur poteſt, ut ea, quæ abſolute quieſcunt, nobis videantur moveri, dum nempe locum ſuum mutant relative ad alia objecta, quæ tanquam immota conſideramus, vel quorum motum non percipimus. Nam cum omne corpus nobis conſpicuum ſuam imaginem ope radiorum ab eodem objecto prodeuntium in oculi fundo, ſeu in retina depingat, ea objecta moveri videntur, quorum imagines in retina moventur, ſeu diverſas retinæ partes continuo, ac ſucceſſive occupant, dum quis oculum ſuum velut immotum fingit. Contra autem velut quieſcentia cernimus objecta illa, quorum imagines eamdem ſemper occupant retinæ partem; cum ſcilicet imaginum motus in fundo oculi non ſentitur: atque hinc eſt, quod homines in navi ſedentes ipſum navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter ſe relative quieſcentes eamdem quoad oculum poſitionem, & diſtantiam ſervant, imagineſque ſuas in iiſdem retinæ partibus delineant; at cum oculos ad litora convertit ſpectator, neceſſe eſt, ut objecta in litore poſita ſitum ſuum reſpectu oculi continuo mutent, ac proinde imagines ſuas in aliis, aliiſque retinæ partibus ſucceſſive pingant; qua ratione fit, ut litora, urbeſque moveri videantur.

II. Omiſſis quæſtionibus plurimis, & omnino ſuperfluis de natura motus, conſiderare ſatis erit motum velut certiſſimum, atque indubitatum naturæ effectum, a nemine, niſi ſceptico, negandum. Et quidem experientia quotidiana conſtat, plura corpora inter ſe relative moveri cum infinita pro-

pe-

pemodum varietate; sed corpus unum non potest moveri relative ad alterum, nisi alterutrum saltem moveatur absolute. Etenim si corpora duo absolute quiescunt, positionem suam inter se non mutant, ac proinde si unum spectetur ut immotum, alterum etiam immotum apparebit, nullaque erit locorum mutatio relativa; ergo ex motu relativo evidenter demonstratur motus absolutus. Serio refelli non merentur ineptissimæ veterum scepticorum argutiæ, quibus impossibilitatem motus adstruere stultissime laborabant. Tales cavillationes risu excipi debent, quemadmodum ab Herophilo Medico factum fuisse, narrat Sextus Empiricus. Hoc argumentum proposuerat Diodorus Chronus Sophista: Si corpus moveretur, vel moveretur in loco, in quo est, vel in loco, in quo non est; atqui nec moveri potest in loco in quo est; ut enim moveatur, debet mutare locum: nec moveri potest in loco, in quo non est; siquidem nec agere, nec pati potest, ubi non est: ergo corpus nullo modo moveri potest. Hoc sophisma lepide solvisse fertur Herophilus. Cum enim a Diodoro, ut luxatum ipsius humerum institueret, vocatus esset, subridens dixit, eum forte alio morbo laborare, humerum e suo loco excidere non potuisse, cum nequeat moveri; etenim, inquit Herophilus, si motus esset, vel motus est in loco, in quo erat, vel in quo non erat; sed neutrum fieri potest; ergo humerus luxatus non est. Sophista, cui non placebat argumentum, rogavit Medicum, ut dictorum oblivisceretur, & remedium malo adhiberet. Cæterum statim patet sophisma; nec enim corpus movetur

in

in loco, in quo eſt, nec in loco, in quo non eſt, ſed movetur e loco in locum, ſeu dum continuo mutat locum, & de loco, in quo eſt, transfertur in locum, in quo non erat. Nihilo ſolidius eſt vulgatiſſimum Zenonis argumentum. Sophiſma eſt hujuſmodi; ponatur Achillem curſu velociſſimum a Teſtudine animali tardiſſimo diſtare intervallo paſſuum mille, atque eum centies velocius teſtudine moveri. Dum Achilles unum percurrit milliare, Teſtudo milliaris partem unam centeſimam conficiet, ideoque Achilles Teſtudinem nondum eſt aſſecutus. Rurſus dum Achilles partem illam milliaris centeſimam percurrit, Teſtudo interim per milliaris partem decemmilleſimam reptabit, ideoque nec adhuc Teſtudinem erit aſſecutus Achilles. Eodem modo dum Achilles partem illam milliaris decemmilleſimam decurrit, Teſtudo per milliaris partem millioneſimam promovebitur, ideoque nec Teſtudinem poteſt attingere; atque ſic progredi licebit in infinitum, nec Achilles unquam poterit Teſtudinem captare.

En celebre Zenonis Sophiſma, quod *Achillem* ob vim ipſius, quam exiſtimabat inſuperabilem, appellitabat. Hanc cavillationem ſcriptis tractatibus integris ſolverunt aliqui, deambulando autem ſolvebat Diogenes. Sophiſmatis fallaciam ſtatim demonſtrant Arithmetici; hoc enim in Arithmetica demonſtratum eſt, ſummam ſeriei cujuſvis quantitatum in quavis proportione geometrica in infinitum decreſcentium æqualem eſſe quantitati finitæ; ſed milliaris pars $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{1000000}$, $\frac{1}{100000000}$,

&

& ſic in infinitum, eſt ſeries quantitatum in progreſſione geometrica decreſcentium; ideoque illius ſumma cum ſit æqualis quantitati finitæ, a mobili tempore finito percurri poteſt. Ponamus, Achillem ſpatio unius horæ milliare peragraſſe; ergo & partem milliaris centeſimam in parte horæ centeſima conficiet, & partem milliaris decem milleſimam in horæ parte decemmilleſima percurret, & ita in infinitum. Si hujus ſeriei in infinitum continuatæ ſumma infinito temporis ſpatio reſponderet; jam Achilles Teſtudinem nunquam aſſequeretur tempore finito. Verum, ut dictum eſt, horæ pars $\frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{1000000}$ &c. quantitati finitæ æqualis eſt, uni ſcilicet parti nonageſimæ nonæ unius horæ, ut facile demonſtratur in Arithmetica. Igitur Achilles Teſtudinem aſſequetur poſt elapſam horam unam, & partem horæ nonageſimam nonam. Itaque evaneſcit argumentum, cujus vim inſuperabilem toties jactaverunt illius patroni; & quidem abſurde omnino, ſibique parum conſentientes; cum Teſtudinem, & Achillem, etſi nunquam ſe invicem attingerent, magis tamen, ac magis ad ſe mutuo accedere, ac proinde & moveri concedant. Hæc de motu generatim dicta ſint, quibus adjungenda eſſent alia nonnulla; ſed hæc ex primo Phyſices articulo repetenda, ubi ea tractari doctrinæ neceſſitas poſtulabat.

ARTICULUS II.

De rectilineo corporum descensu.

I. MOtum *variabilem* jam in primo Physices capite definivimus; is nempe est, cujus velocitas continuo crescit, aut decrescit. Dicitur autem *uniformiter acceleratus*, si temporibus æqualibus æqualia accedant velocitatis incrementa; contra *uniformiter retardatus* appellatur, si velocitas temporibus æqualibus ad quietem usque æqualiter decrescat. Uniformiter acceleratum esse motum vi gravitatis constantis productum, ex ipsa definitione facile colligitur. Et quidem 1. descensum perpendicularem consideremus. Ponatur tempus, quo grave aliquod descendit, divisum esse in particulas æquales, & valde exiguas, primaque temporis particula agat gravitas, & corpus perpendiculariter impellat. Si jam post primum illud tempus omnis gravitatis actio cessare fingatur, nihilominus, per vim inertiæ, acquisitam velocitatem corpus perpetuo servaret. At cum gravitas indesinenter agat, etiam in secunda temporis particula corpus alium gravitatis impulsum priori æqualem accipiet, ac proinde velocitas elapso secundo tempore dupla erit. Simili ratiocinatione patet, velocitatem esse triplo majorem, elapso tertio tempore; & ita deinceps. Ergo velocitas crescit, ut tempus, seu æqualibus temporibus æqualia accedunt velocitatis incrementa, ac proinde motus est uniformiter acceleratus . . . . 2. Si corpus descendat per planum inclinatum, res eadem facile demonstratur. Etenim corpus C. (*Fig.* 10.)

10.) incumbat plano inclinato F. Ex centro C ducta intelligatur CG ad basim horizontalem DB perpendicularis, quæ exhibeat gravitatem totam absolutam corporis C, & dividatur in vires duas, quarum una CF sit plano inclinato perpendicularis, altera vero eidem plano parallela. Vis, quæ est, ut CF, nihil confert ad descensum corporis per planum inclinatum, sed tota impenditur in premendo plano; superest ergo dumtaxat vis FG; sed ob triangula rectangula DAB, CFG similia erit FG : CG = AB : AD. Hæc autem ratio eadem manet in quocumque loco plani inclinati positum sit corpus, ac proinde & eadem est ratio gravitatis absolutæ CG ad gravitatem relativam FG; igitur gravitas relativa constans est, ideoque eadem est demonstratio, quæ pro gravitate absoluta; quare motus est uniformiter acceleratus. Contraria ratione intelligitur, motum corporum in eadem recta sursum tendentium esse uniformiter retardatum; cum scilicet vis gravitatis contra motus impressi directionem perpetuo, & uniformiter agens æqualibus temporibus æqualiter motum minuat, usquedum velocitas omnis sursum extincta sit.

II. Recta AB (*Fig.* 11.) exhibeat tempus, quo corpus aliquod per datum quodlibet spatium descendit. Divisum intelligatur tempus in particulas innumeras, *ei*, *im*, &c. Jam velocitas temporis particula infinite parvai *ei* erit uniformis, hæc autem repræsentetur per *ef*; recta *ik* exhibebit velocitatem particula temporis infinite parva *im*, & ita deinceps; sed ex demonstratis in primo articulo, spatium motu uniformi percursum

est,

eſt, ut rectangulum ſub tempore, & celeritate; quare erit ſpatium percurſum tempore *e i* velocitate *e f*, ut rectangulum *if*; eodem modo ſpatium percurſum tempore *im*, & celeritate *ik* erit ut rectangulum *mk*; & ſic de cæteris. Quare erit ſpatium his omnibus temporibus percurſum, ut omnia hæc rectangula. Cum autem temporis particulæ ſint infinite parvæ, rectangulum *if* non differt a trapezio *eifk*, ac proinde rectangulorum omnium ſumma æqualis eſt triangulo ABC. Jam vero ob motum uniformiter acceleratum tempora A*o*, AB, ſunt ut velocitates *or*, BC, ac proinde ſimilia ſunt triangula A*or*, ABC; ideoque ſunt ut quadrata laterum A*o*, AB, vel *or*, BC, hoc eſt, ut quadrata velocitatum, aut temporum; ac proinde etiam, quod idem eſt, velocitates, aut tempora ſunt in ratione ſubduplicata ſpatiorum. Ex hac uniformis accelerationis lege ſtatim evidens eſt, ſpatium dimidio tempore AB percurſum velocitate CB tempore AB acquiſita æquale eſſe ſpatio tempore AB deſcripto motu uniformiter accelerato. Etenim ſpatium velocitate uniformi BC tempore AB percurſum repræſentatur per rectangulum ABCD duplum trianguli ABC: ac proinde dimidium ſpatium, quod eſt, ut triangulum ABC, velocitate uniformi BC dimidio tempore percurritur.

III. Si corpus aliquod vi gravitatis conſtantis tempore quolibet dato datum ſpatium percurrat, tempore duplo deſcribet ſpatium quadruplum, tempore triplo ſpatium noncuplum &c. Nempe ſi tempora fuerint in proportione arithmetica 1. 2. 3. 4. &c.

ſpa-

ſpatia percurſa ſe habent in proportione 1. 4. 9. 16. &c. hoc eſt ſi corpus minuto uno ſecundo deſcribat pedes 15, duobus ſecundis percurret pedes 15 × 4 tribus ſecundis 15 × 9, & ita deinceps. Igitur ſpatia ſingulis temporibus ſeorſim deſcripta ſunt, ut numeri impares, 1, 3, 5, 7 &c. ut patet. Si enim ex ſpatio 4 duobus primis temporibus percurſo auferatur 1, ſpatium ſcilicet primo tempore deſcriptum, remanet 3 ſpatium deſcriptum ſecundo tempore, & ita dicendum de aliis quibuslibet temporibus. Cæterum patet, hæc omnia convenire etiam corporibus, quæ per plana inclinata deſcendunt. Demonſtravimus enim, hunc eſſe plani inclinati effectum, ut corporis gravitatem abſolutam minuat, manente tamen conſtante gravitatis parte reliqua.

Hinc merito inter machinas recenſetur planum inclinatum; cum enim *machina* appelletur, quidquid ad motum faciliorem confert, evidens eſt, machinis annumerandum eſſe planum inclinatum, cum aliquam gravitatis abſolutæ partem ſublevet, eam tantum ſuperandam relinquens gravitatis partem, quæ plano inclinato parallela eſt.

IV. Conſtantem eſſe gravitatem terreſtrem, jam antea oſtendimus; itaque quidquid demonſtratum eſt hactenus, ad gravium deſcenſum trasferri debet; ac proinde dato quolibet tempore inveniri poteſt ſpatium vi gravitatis cadendo deſcriptum, & viceverſa dato ſpatio definitur tempus. Sit altitudo quælibet data, vel ſpatium cadendo percurſum a, tempus t, ſpatium data aliqua temporis parte 1 deſcriptum dicatur s; erit 1:

$s = t^2 : a$, ideoque $s = \frac{a}{t^2}$, & $t^2 \frac{a}{s}$; quare $t = \sqrt{\frac{a}{s}}$ E. G. Si corpus pedes 60 percurrat tempore minutorum duorum secundorum, spatium quatuor minutis secundis percurrendum erit 16. 60: 4 = 4. 60 = 240. Viceversa si tempore secundorum quatuor corpus percurrat 240 pedes; tempus, quo percurritur spatium pedum 135, erit $\sqrt{135. 16: 240} = \sqrt{135: 15} = \sqrt{9} = 3$. At observandum est, demonstratam accelerationis legem valere dumtaxat in vacuo, sublata aeris resistentia, seclusisque aliis quibuslibet impedimentis: Attamen si experimenta fiant in globis, qui pondus satis magnum sub exiguo volumine continent, demonstratam accelerationis legem satis accurate servat globorum illorum descensus; hac lege descendunt globi plumbei in angustum volumen redacti; at si iidem globi in sphæram cavam magnæ diametri extenderentur, jam turbaretur maxime lex illa; imo eo tenuitatis reduci posset globus, ut aeri mollioris plumæ instar innataret. At de aeris, fluidorumque resistentia sermo erit deinceps. Neque etiam hic consideramus gravitatem in magnis a terra distantiis; hanc enim in ratione distantiarum duplicata decrescere jam demonstravimus. Verum cum in distantiis a terra mille, & mille ducentum exapedarum gravitatem constantem demonstrent experimenta, talem gravitatis legem nunc explicasse satis sit. Hæc autem gravitatis doctrina debetur *Galilæo*, qui motus uniformiter accelerati leges primus omnium invenit, atque demonstravit.

V. Ex demonstratis facile comparantur inter

ter se corporum descensus per diversa plana inclinata. 1. Si ex puncto B ad planum inclinatum AD demittatur perpendicularis BK (*Fig.* 10.) iisdem temporibus percurrunt spatia AC, AK. Etenim gravitas absoluta CG est ad gravitatem relativam FG, ut longitudo plani inclinati AD ad illius altitudinem AB; ac proinde cum vires illæ sint constantes, erunt inter se, ut velocitates dato tempore genitæ ex sæpius demonstratis. Iam ob angulum rectum in B erit AK : AB = AB : AD; quare AK erit ad AB, ut velocitas per planum AK ad velocitatem per planum AB eodem tempore genitam. Igitur spatia AK, AB eodem tempore percurruntur. Inde autem statim patet, æqualia esse in circulo descensuum tempora per chordam quamlibet, & per diametrum verticalem; ac proinde æqualia descensuum tempora per chordas singulas. Et quidem cum angulus K sit rectus, per puncta tria A, K, B describi poterit circulus, cujus diameter erit AB, chordæ autem erunt AK, BK; ac proinde diameter verticalis, & chorda AK, vel BK eodem tempore describentur. Hæc autem ratiocinatio valet in circumferentiæ puncto quolibet, cum angulus semidiametro insistens sit semper rectus. Quare chordæ singulæ eodem tempore percurruntur ...... 2. Tempus, quo corpus C descendit ex A in D, est ad tempus, quo cadit ex altitudine perpendiculari, ut AD ad AB. Nam ob motum uniformiter acceleratum AD est ad AK, ut quadratum temporis per AD ad quadratum temporis per AK, vel AB. Sed (ex elementis Geometriæ) AD est ad AB, ut AB ad AK, & $AD^2 : AB^2 =$

 AD:

AD : AK. Igitur quadratum temporis per AD eſt ad quadratum temporis per AK, ut AD^2 ad AB^2. Ergo tempus deſcenſus per AD eſt ad tempus deſcenſus per AK hoc eſt per AB, ut AD ad AB ..... 3. Tempora deſcenſuum per plana quotlibet inclinata ejuſdem altitudinis ſunt inter ſe, ut planorum longitudines. Nam tempus per AD eſt ad tempus per AB, ut AD ad AB; ſimili modo tempus per AM eſt ad tempus per AB, ut AM ad AB; ac proinde tempus per AD eſt ad tempus per AM, ut AD ad AM ..... 4. Si corpus deſcendat per plana quotlibet inclinata AD, AM ejuſdem altitudinis, velocitates in punctis M & D acquiſitæ æquales ſunt inter ſe, & velocitati acquiſitæ in deſcenſu perpendiculari per AB. Cum enim ſpatia AB, AK motu uniformiter accelerato percurrantur, velocitas acquiſita in B erit ad velocitatem acquiſitam in K, ut $\frac{2AB}{T}$ ad $\frac{2AK}{t}$ reducendo motum uniformiter acceleratum ad motum uniformem, quod fieri poſſe jam demonſtravimus, ſumpto ſcilicet ſpatio duplo motu uniformi eodem tempore percurſo. Jam vero ob tempora T, t æqualia, & numerum conſtantem 2, erit velocitas in B ad velocitatem in K, ut AB ad AK, vel ut AD ad AB, ob triangula ſimilia AKB, ABD. Sed quadratum velocitatis in D eſt ad quadratum velocitatis in K, ut AD ad AK, & præterea (ex elementis Geometriæ) AD : AB = AB : AK; quare AD : AK = AD^2 : AB^2 : ergo quadratum velocitatis in D eſt ad quadratum velocitatis in K, ut AD^2 ad AB^2; ac proinde

inde velocitas acquisita in D est ad velocitatem acquisitam in K, ut AD ad AB, vel ut velocitas acquisita in B ad velocitatem acquisitam in K. Ergo velocitas in D æqualis est velocitati in B. Simili ratiocinatione velocitas in M æqualis demonstratur velocitati in B, ac proinde & velocitati in D; atque demonstratio valet de alio quolibet planorum numero. His quatuor numeris comprehendimus præcipuas corporum per plana inclinata descendentium leges, eas scilicet, quæ ad sequentem articulum intelligendum necessariæ omnino sunt.

ARTICULUS III.

De Motu Curvilineo.

I. DEmonstratum est jam, ubi virium compositionem, & resolutionem explicavimus, nullam curvam vi unica describi posse, sed requiri saltem vires duas diversæ naturæ, quæ scilicet rationem perpetuo variabilem inter se habeant. Evidens est, infinitum a Geometris considerari posse virium ordinem, ac proinde, & curvas numero infinitas; at Physicis considerare satis est illas virium rationes, quæ in rerum natura generatim obtinent. Itaque duas in hoc articulo distinguemus motuum species; alii sunt motus *liberi*, corporum scilicet, quæ semel mota sibi deinde libere permittuntur; alii autem sunt motus *non liberi*, corporum nempe, quæ impedimento aliquo retinentur. Ad primam motuum speciem pertinet corporum projectilium motus; ad alteram autem pertinet motus pendulorum. De hac duplici mo-

tuum ſpecie ex ordine tractabimus, præmiſſo principio, ex quo univerſa pendet curvilineorum motuum doctrina.

Conſideretur latus infiniteſimum curvę AB, per quod labatur corpus B velocitate qualibet finita expreſſa per BC. (*Fig.* 12.) Jam ubi corpus pervenit in C, viam flectit per CD, ita ut producto latere BC, angulus externus BCM ſit infinite parvus. Poteſt enim curva quælibet conſiderari tanquam compoſita ex planis inclinatis numero infinitis, & infinite parvis, quorum proinde inclinatio debet eſſe infinite parva, ut planorum inclinatorum ſeries abeat in curvam continuam. Jam vero latus CD ſe habet tanquam obſtaculum uniformem corporis motum ſecundum directionem BC retardans. Quare vis finita BC dividi debet in vires duas, unam ſecundum directionem BN, vel CD lateri CD parallelam, & alteram BM vel NC perpendicularem ad CD. Sola infinita expreſſa per BN corpus deſcribit latus CD eodem tempore, quod deſcriberet latus BC, ideoque æquales ſunt CD, & BN motu uniformi eodem tempore percurſæ; quæ quidem omnia manifeſta ſunt, ſi revocentur in memoriam, quæ de virium compoſitione, & reſolutione demonſtrata ſunt. Porro in hac demonſtratione ponitur, abeſſe vim omnem elaſticam, & reſiſtentiam quamlibet. Eſt autem vis expreſſa per NC, vel BM quantitas infiniteſima primi ordinis, cum ſit ſinus anguli infiniteſimi BCM, cujus radius eſt BC exprimens vim finitam; vis autem NC tota conſumitur in premendo latere CD, nihilque confert ad velocitatem per curvam. Igitur velocitas corporis B per latus CD eſt ad illius

lius velocitatem per latus BC, ut BN ad BC. Jam centro B radio BN describatur arcus NI, erit BI = BN, ac proinde CI exhibebit velocitatem amissam. Sed arcus NI considerari potest tanquam recta infinite parva ex angulo recto N in hypothenusam BC perpendiculariter demissa: ergo NC est media proportionalis inter CB, & CI; sed CB est quantitas finita, NC infinitesima primi ordinis; ergo CI est infinitesima ordinis secundi, ac proinde corpus curvam describens ex latere infinitesimo in aliud contiguum transiens, non amittit nisi velocitatis partem infinitesimam ordinis secundi, ac proinde per finitum curvæ arcum descendens amittet dumtaxat volecitatis partem infinitesimam ordinis primi, hoc est, nullam; atque hoc est universalissimum curvilinei motus principium. Jam primam motuum speciem consideremus.

II. Ex prælalti montis vertice explosus intelligatur globus missilis secundum directionem horizontalem; alia quælibet directio considerari posset, sed directionem hanc omnium simplicissimam, & commodissimam nunc adhibere satis sit. Jam si vis globo missili impressa fingatur infinite parva, vi gravitatis in terram globus perpendiculariter recideret; si autem vis impressa ponatur infinite magna, secundum directionem horizontalem globus perpetuo movebitur. Hæ sunt duæ extremæ hypotheses, inter quas infiniti alii casus esse possunt, sed eos dumtaxat exponemus, qui ad Physicam pertinent. I.° Globus missilis projiciatur per rectam horizontalem AB (*Fig.* 13.) & interea vi gravitatis constanti perpendiculariter urgeatur secundum directionem AR. Jam recta AB

divisa intelligatur in partes innumeras æquales, ut AE vi semel impressa temporibus æqualibus descriptas, rectæ illæ repræsentare poterunt tempora; sunt enim tempora inter se, ut spatia motu uniformi descripta; si autem ad singula divisionum puncta ducantur rectæ ad horizontem perpendiculares, ut QE, ita ut rectæ illæ sint, ut quadrata rectarum AE; spatia singulis temporibus motu uniformiter accelerato descripta per easdem rectas exhibentur. Itaque corpus motu composito describet diagonalem virium AE, EQ, cujus hæc erit natura, ut nempe rectæ EQ, vel AH semper sint, ut quadrata rectarum AE vel QH, ductis scilicet AE, HQ, & AH, EQ parallelis; sed hæc est natura curvæ, quam *Parabolam Apollonianam* vocant Geometræ, ut nempe *abscissæ* semper sint ut quadrata *ordinatarum*, ergo gravia projecta in hac gravitatis lege Parabolam describunt. Evidens autem est, eamdem manere demonstrationem, etiamsi projectionis directio fuerit ab horizonte utcunque obliqua; tota enim demonstratio pendet ex duorum motuum compositione, quorum unus est uniformis, alter autem uniformiter acceleratus. Porro quæcumque sit projectionis ad horizontem inclinatio, eadem manet motuum illorum natura, ac proinde & eadem natura curvæ ... II.° Luna revolvitur circa terram, ideoque globi missilis instar projecta intelligi potest secundum directionem tangentis orbitæ, & interim vi centripeta tendens in Terram. Verum in primo casu ob exiguas a tellure distantias gravitatem tanquam constantem fingere, illiusque directiones velut parallelas ha-

habere licet, quæ quidem hypothesis ad corpora cœlestia transferri non potest; cum ob magnas distantias, neque constantem gravitatem, neque illius directiones velut parallelas considerare liceat. Jam evidens est, globum juxta telluris tangentem minori velocitate emissum describere arcum minorem, majore autem velocitate arcum majorem, atque aucta adhuc velocitate longius pergere, ita ut prætergredi possit totum telluris ambitum, & ad montem, unde projectus fuerat, redire. Fingamus jam corpora quælibet de regionibus altioribus projici, & ad Terram, vel Solem, aut quodlibet punctum vi centripeta tendere, pro varia corporum velocitate, & vi gravitatis describentur arcus vel concentrici, vel excentrici, atque in suis orbitis pergent corpora ad modum Planetarum per cœlos vagari. Sed hæc breviter annotata sint; de hoc argumento jam aliqua diximus attractionis doctrinam explicantes, atque rursus dicendi recurret locus in Astronomia; de motu pendulorum jam paulo fusius disserendum.

III. Pendulum vel *simplex* est, vel *compositum*; pendulum simplex appellatur filum puncto aliquo suspensum, quod tanquam inflexibile, & gravitatis expers consideratur, altera autem extremitate pondere onustum: si filum plura habeat annexa pondera, pendulum compositum appellatur: penduli *oscillatio*, aut *vibratio* appellatur motus alternus, quo virga penduli circa fixum suspensionis punctum itum, & reditum absolvit: si autem pendula duo suas vibrationes eodem tempore absolvant, pendula illa dicuntur *isochrona*. Si pendulum aliquod simplex

CP (*Fig.* 14.) in linea verticali constituatur, in puncto infimo P quiescit, ideoque punctum illud vocatur punctum *quietis*. At si pendulum attollatur ad punctum A, & deinde sibi permittatur, motu accelerato relabetur in P. Et quidem penduli motum consideremus in puncto aliquo N, atque ponderis gravitas absoluta repræsentetur per NG; hæc dividi poterit in vires NH, NI, quarum prima cum tota dirigatur ad punctum suspensionis C, ipsius puncti resistentia omnino extinguitur; altera autem, quæ est secundum directionem tangentis, exprimit gravitatem relativam, atqui vi illa corpus motu accelerato descendit ad punctum P, ubi vis NI omnino evanescit. In hoc tamen puncto quiescere non potest pendulum; sed per vim inertiæ acquisitam servans velocitatem ascendit versus B; ita ut æquales sint arcus AP, PK, descendendo & ascendendo descripti, atque etiam æqualia descensus & ascensus tempora. Verum dum corpus ex P versus K ascendit, perpetuo agit vis relativa gravitatis secundum directionem oppositam NI, ac proinde in puncto b extinguit omnes velocitatis gradus acquisitos; quare corpus propria gravitate relabitur, non secus, ac ex puncto A primum descendit. Hæc autem omnia manifesta sunt ex articulo præcedenti & ex numero primo articuli hujus.

IV. Tempora descensuum per curvas similes, & ad horizontem similiter inclinatas, esse in ratione subduplicata laterum homologorum, ex locis citatis facile etiam colligitur. Etenim latera minima HG, GF, FD, (*Fig.* 15.) itemque hg, gf, fd exhibeant

infi-

infinitesimas curvarum partes similes, & ad horizontem similiter inclinatas; jam tempus per GH est ad tempus per hg, ut $\sqrt{HG}$ ad $\sqrt{hg}$. Similiter tempus per GF est ad tempus per gf, ut $\sqrt{GF}$ ad $\sqrt{gf}$, sed (per hypothesim) $HG : hg = GF : gf$; ergo $\sqrt{HG} : \sqrt{hg} = \sqrt{GF} : \sqrt{gf}$; ac proinde tempus per GF est ad tempus per gf, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$. Simili ratione tempus per FD est ad tempus per fd, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$; ergo tempus totum per $HG + GF + FD$ est ad tempus totum per $hg + gf + fd$, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$, hoc est, in ratione subduplicata laterum homologorum. Inde autem pendet universa pendulorum per circulares arcus excurrentium doctrina...... I. Velocitas penduli CB in puncto infimo B, est ut chorda BK (*Fig. 16.*) arcus KDB ex puncto K descripti. Etenim ducatur KF ad CB perpendicularis, erit velocitas penduli in descensu per arcum KDB acquisita æqualis velocitati, quam corpus acquireret cadendo ex altitudine FB, ac proinde ut $\sqrt{FB}$; sed (ex elementis Geometriæ) $BF : BK = BK : BA$, ideoque $BF \times BA = BK^2$; ergo cum sit BA constans, erit BF, ut BK^2; ideoque $\sqrt{BF}$ est, ut BK: quare velocitas acquisita in B, quæ est ut $\sqrt{BF}$, erit etiam ut BK, nempe ut chorda; quæ quidem proprietas circuli eximiæ est utilitatis, præsertim ubi ad experientiam revocandæ sunt conflictuum leges in proximo articulo demonstrandæ.... 2. Si pendula duo arcus similes describant, erunt vibrationum tempora in

CP (*Fig.* 14.) in linea verticali constituatur, in puncto infimo P quiescit, ideoque punctum illud vocatur punctum *quietis*. At si pendulum attollatur ad punctum A, & deinde sibi permittatur, motu accelerato relabetur in P. Et quidem penduli motum consideremus in puncto aliquo N, atque ponderis gravitas absoluta repræsentetur per NG; hæc dividi poterit in vires NH, NI, quarum prima cum tota dirigatur ad punctum suspensionis C, ipsius puncti resistentia omnino extinguitur; altera autem, quæ est secundum directionem tangentis, exprimit gravitatem relativam, atqui vi illa corpus motu accelerato descendit ad punctum P, ubi vis NI omnino evanescit. In hoc tamen puncto quiescere non potest pendulum; sed per vim inertiæ acquisitam servans velocitatem ascendit versus B; ita ut æquales sint arcus AP, PK, descendendo & ascendendo descripti, atque etiam æqualia descensus & ascensus tempora. Verum dum corpus ex P versus K ascendit, perpetuo agit vis relativa gravitatis secundum directionem oppositam NI, ac proinde in puncto b extinguit omnes velocitatis gradus acquisitos; quare corpus propria gravitate relabitur, non secus, ac ex puncto A primum descendit. Hæc autem omnia manifesta sunt ex articulo præcedenti & ex numero primo articuli hujus.

IV. Tempora descensuum per curvas similes, & ad horizontem similiter inclinatas, esse in ratione subduplicata laterum homologorum, ex locis citatis facile etiam colligitur. Etenim latera minima HG, GF, FD, (*Fig.* 15.) itemque hg, gf, fd exhibeant

infi-

infinitesimas curvarum partes similes, & ad horizontem similiter inclinatas; jam tempus per GH est ad tempus per hg, ut $\sqrt{HG}$ ad $\sqrt{hg}$. Similiter tempus per GF est ad tempus per gf, ut $\sqrt{GF}$ ad $\sqrt{gf}$, sed (per hypothesim) $HG : hg = GF : gf$; ergo $\sqrt{HG} : \sqrt{hg} = \sqrt{GF} : \sqrt{gf}$; ac proinde tempus per GF est ad tempus per gf, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$. Simili ratione tempus per FD est ad tempus per fd, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$; ergo tempus totum per $HG + GF + FD$ est ad tempus totum per $hg + gf + fd$, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$, hoc est, in ratione subduplicata laterum homologorum. Inde autem pendet universa pendulorum per circulares arcus excurrentium doctrina...... I. Velocitas penduli CB in puncto infimo B, est ut chorda BK (*Fig. 16.*) arcus KDB ex puncto K descripti. Etenim ducatur KF ad CB perpendicularis, erit velocitas penduli in decensu per arcum KDB acquisita æqualis velocitati, quam corpus acquireret cadendo ex altitudine FB, ac proinde ut $\sqrt{FB}$; sed (ex elementis Geometriæ) $BF : BK = BK : BA$, ideoque $BF \times BA = BK^2$; ergo cum sit BA constans, erit BF, ut BK^2; ideoque $\sqrt{BF}$ est, ut BK: quare velocitas acquisita in B, quæ est ut $\sqrt{BF}$, erit etiam ut BK, nempe ut chorda; quæ quidem proprietas circuli eximiæ est utilitatis, præsertim ubi ad experientiam revocandæ sunt conflictuum leges in proximo articulo demonstrandæ.... 2. Si pendula duo arcus similes describant, erunt vibrationum tempora in

ratione ſubduplicata longitudinum pendulorum, ut ex præcedenti demonſtratione patet; ſed numerus vibrationum eo major eſt, dato tempore, quo minus eſt vibrationis unius tempus; ſeu quod idem eſt, numeri vibrationum ſunt in ratione ſubduplicata inverſa longitudinum peudulorum. Quare datis duorum pendulorum longitudinibus, datoque vibrationum numero tempore aliquo ab alterutro pendulo peractarum, invenietur numerus vibrationum eodem dato tempore ab altero pendulo confectarum dicendo: longitudo penduli unius eſt ad longitudinem penduli alterius, ut quadratum numeri vibrationum dati ad quadratum numeri vibrationum quæſiti; & vice verſa invenietur penduli longitudo talis, ut datum quemlibet vibrationum numerum dato tempore perficiat .....
3. Si pendula duo fuerint iſochrona, erunt vires gravitatis acceleratrices ut pendulorum longitudines. Sunt enim vires conſtantes, ut ſpatia iiſdem temporibus deſcripta, ſpatia autem in hoc caſu ſunt ſimiles pendulorum arcus, qui proinde ſunt, ut longitudines pendulorum; quare & vires gravitatis in eadem ſunt longitudinum ratione; quod quidem maxime valet ad definiendum gravitatis incrementum, vel decrementum in variis terræ locis, ut deinde explicabimus.

V. Hactenus conſideravimns pendulum ſimplex, quale nullum exiſtere poteſt in rerum natura; nulla enim eſt virga, quæ gravitate omni careat, ac proinde pendula omnia ſunt compoſita. Rem breviter exponemus, quantum difficultas patitur. Si bina pondera filo ſuſpenſa in diverſa a puncto ſuſpenſionis diſtantia ſuas oſcillationes peragant, vir-

virgaque ipsa concipiatur inflexibilis, sine pondere, & sine vi inertiæ; pondus, quod puncto suspensionis propius est, suas oscillationes citius absolvere debet; contra autem tardius, quod a puncto suspensionis remotius est, in ratione scilicet subduplicata distantiarum. Id quidem contingeret, si pondera oscillationes suas seorsim peragerent; verum, quia penduli virga omnino rigida, & inflexibilis ponitur, suas oscillationes eodem tempore pondera absolvent, atque ita componetur inter se velociores, & tardiores ponderum motus, ut medio quodam tempore suas vibrationes perficere debeant. Jam si inveniatur punctum aliquod, in quo bina pondera collecta suas vibrationes eodem tempore perficerent, illud punctum dicitur *centrum oscillationis*, ejusque a puncto suspensionis distantia erit longitudo penduli simplicis pendulo composito isochroni. Quod autem diximus de binis ponderibus, idem quoque intelligi potest de alio quolibet ponderum numero, ac proinde & de infinitis ponduscculis per virgam penduli dispersis, in quo quidem casu gravitatis fili ratio habetur. At si filum sit subtilissimum, ita ut illius pondus cum ipso globi appensi pondere comparatum sit valde exiguum, & præterea si valde exigua sit globi diameter cum fili longitudine comparata, jam pendulum velut simplex considerari potest. Quia vero sublimior Geometria exhibet generales formulas, quarum ope invenitur centrum oscillationis, ideoque pendulum compositum ad simplex reducitur, satis nobis fuit penduli simplicis doctrinam explicasse; alia autem plurima, quæ in hoc articulo brevius diximus, ex sequenti conclusione magis fient manifesta.

CON-

CONCLUSIO.

GRAVITATIS TERRESTRIS INÆQUALITATEM DEMONSTRANT ACCURATISSIME INSTITUTA PENDULORUM EXPERIMENTA.

Demonſtratur. Si obſervetur longitudo penduli iſochroni in duobus locis, erunt vires in iis locis, ut pendulorum longitudines, ex antea demonſtratis. Licebit ergo gravitatis incrementum perſpicere, diligenter obſervata in variis terræ locis penduli iſochroni longitudine. Quanta autem in capiendis hujuſmodi experimentis adhiberi debeat diligentia, repetendum eſt ex monumentis Pariſienſibus anno 1735. nihil enim accuratius, ac religioſius tradi poteſt, quam quod ibidem hac in re præſcripſit vir clariſſimus Dominus de Mairan. Hæc autem præcipue curanda monet. 1. Accurata habenda eſt menſura pedis pariſienſis, vel altera quælibet menſura, cujus ad pedem pariſienſem nota ſit ratio, ita ut decima, &, ſi fieri poteſt, centeſima lineæ parte non aberret . . . . . . 2. Parari debet globus exacte rotundus, diametro circiter unius pollicis, ex materia bene compacta . . . . . 3. Adhibendum eſt filum flexibile, nec ita complicatum, ut oſcillationes laterales mutet in conicas, quas quidem diligenter evitari multis de cauſis expedit. Optimum omnium, & jam fere ab omnibus adhiberi ſolitum, eſt filum, quod paratur ex foliis *aleos*. Fili autem pondus ſi fuerit milleſima pas ponderis globi, in pendulo pedum 3. linearum 8. attollit centrum oſcillationis, una quartadecima parte lineæ unius; in aliis caſibus ea elevatio erit quam proxime, ut longitudo fili directe, & ut pon-

pondus globi inverse, quod demonstrat vir prælaudatus..... 4. Summa utendum est diligentia in capienda distantia puncti suspensionis a centro globi, vel ab imo globi puncto; habita autem distantia puncti suspensionis a centro, si ei addantur $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis post ipsam, & globi semidiametrum, habebitur penduli longitudo... 5. Demum paratum sit oportet horologium accuratum, quod dirigatur per appulsum stellæ alicujus ad telescopium immotum, vel Solis ad lineam meridianam; oscillationes autem maxima cura, & sine ullo erroris periculo numerandæ sunt.

Tanta autem adhibita diligentia, quæ in re subtilissima omnino quidem necessaria est, jam certo definitum habemus, penduli isochroni mensuram breviorem fieri pergendo a Polis ad Æquatorem, contra vero longiorem ab Æquatore ad Polos. Ita ergo comperta est gravitatis inæqualitas in diversis terræ locis, ut nemo sit, qui de ea dubitet. Non defuerunt quidem doctissimi etiam viri, qui observationibus per Europam institutis, gravitatem ubique æqualem se invenisse, profiterentur; verum quod minus feliciter successerit observatio, summo consensu nunc tribuunt Physici iis methodis, quæ tum in usu erant minus perfectæ, & perpolitæ, ita ut exiguum gravitatis discrimen tam exiguis locorum intervallis debitum deprehendere nequaquam licuerit. Hinc observationes multo accuratioribus instrumentis institutæ sunt in plurimis, & admodum dissitis terræ locis; omnium autem observationum fide certo constat gravitatis inæqualitas. Hic autem longius esset descri-

describere varias pendulorum longitudines, quarum tabulas videre est in eximiis operibus, quæ de telluris figura paucis ab hinc annis in lucem prodiere.

Quamvis ad determinandam gravitatis inæqualitatem solius penduli isochroni mentionem fecerimus, evidens tamen est, pari successu adhiberi posse pendulum non isochronum. Etenim ex doctrina motus uniformiter accelerati in præcedenti articulo explicata, spatia crescunt, ut quadrata temporum, eadem manente vi acceleratrice; si autem vires acceleratrices diversæ fuerint, seorsim tamen consideratæ uniformes maneant; quo major est vis acceleratrix, eo majus est spatium dato tempore percursum, ac proinde spatia sunt, ut quadrata temporum, & vires acceleratrices conjunctim; ideoque vires acceleratrices sunt, ut spatia descripta directe, & quadrata temporum inverse. Jam vero in casu pendulorum spatia sunt, ut longitudines pendulorum; erunt ergo vires gravitatis, ut longitudines pendulorum directe, & quadrata temporum oscillationum inverse. Igitur manente penduli longitudine, vires gravitatis sunt, ut quadrata temporum oscillationum reciproce. Itaque patet, ejusdem penduli ope gravitatis comparationem in diversis terræ locis institui posse; tanta enim diligentia numerus oscillationum dato tempore determinatur, ut ne dimidiæ quidem oscillationis error committi possit. Hac methodo gravitatis inæqualitas primum detecta est a *Richero*, cujus observationes jam antea commemoravimus.

Ut tota hæc quæstio maximi sane momenti in bono lumine collocetur, meminisse opor-

oportet, duplicem considerari posse gravitatem; aliam nempe *primitivam* nulla vi centrifuga perturbatam, aliam autem vi centrifuga imminutam, quam gravitatem *actualem* appellare licet; totam rem breviter explicabimus, ut facere solent, qui telluris circa axem rotationem admittunt. Sit AB diameter Æquatoris, cujus P, p Poli, sitque DE (*Fig.* 17.) semidiameter paralleli cujusvis. Quoniam in circulari motu vis centrifuga dirigitur ad partes circuli descripti centro oppositas, in Æquatore A dirigetur ad partes oppositas centro terræ C per CA; in parallelo D ad partes oppositas centro paralleli E per ED. Jam vero gravitas ubique dirigitur ad centrum terræ C, saltem quoad sensum, nimirum in A per AC, in D per DC. Præterea directio CA est penitus contraria directioni AC; at patet ex motuum compositione, & resolutione directionem vis centrifugæ per ED referendam esse ad directionem vis gravitatis per CD; nempe vim centrifugam in D exprimat recta DO, hæc resolvatur in ON ipsi CD normalem, & in DN secundum directionem ipsius CD. Hæc sola pars vis centrifugæ opponitur directioni gravitatis in D. Jam facile invenitur ratio vis centrifugæ in D secundum directionem DN ad vim centrifugam in A. Etenim exprimat AI vim centrifugam in A, erit ex demonstratis de vi centrifuga AI ad DO, ut AC vel DC ad DE. Præterea ob triangulorum DCE, ODN similitudinem, erit iterum CD ad DE, ut DO ad DN, ideoque compositis rationibus CA^2 ad DE^2, ut AI ad DN. Ex hac demonstratione æstimari potest effectus vis centrifugæ in quolibet terræ loco

loco; patet autem, vis centrifugæ effectum talem esse, ut gravitati primitivæ minus detrahat pergendo ab Æquatore ad Polos, & quidem duplici de causa; tum quia decrescit ipsa vis centrifuga, quæ in Polo evadit nulla, tum quia ejus directio gravitatis directioni minus directe opponitur. Ex his etiam facile determinatur ratio vis centrifugæ ad gravitatem primitivam. Si fingamus corporis alicujus sub Æquatore gravitatem omnem sublatam, jam posito rotationis motu corpus illud per telluris tangentem elaberetur, ideoque minuti unius secundi intervallo supra ipsum telluris globum attolleretur tota illa altitudine, quæ est inter tangentem, & arcum minuti unius secundi tempore descriptum, quæ quidem lineola tangente, & arcu comprehensa ex elementis Geometriæ facile invenitur. Hæc exprimet vim centrifugam sub Æquatore; addi autem debet spatio, quod corpora sub Æquatore minuti unius secundi tempore libere descendendo percurrunt, atque ita habebitur gravitas primitiva sub Æquatore, quæ proinde conferri poterit cum vi centrifuga data, atque ita dicendum de aliis quibuslibet terræ locis. Sed hæc paucis indicasse sufficiat; convenientius enim explicabuntur, ubi de figura telluris; in hac conclusione solam gravitatis variationem demonstrandam suscepimus.

Objicies: doctrina pendulorum hactenus explicata omnem excludit medii resistentiam: at certissimum est pendula impedimentis plurimis obnoxia esse. Et quidem aeris resistentia maxime retardantur; in ipso suspensionis puncto mutuus fit attritus, atque hinc oritur aliud omnino inevitabile im-

impedimentum. Itaque sic argumentari licet: gravitatis variationem non demonstrant experimenta illa, quæ nulla sufficienti diligentia institui possunt; atqui &c. ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Aeris, aut mutui attritus impedimento tribui non potest differentia, quæ in pendulorum longitudine observata est. Et quidem iisdem impedimentis afficiuntur pendula tum sub Æquatore, tum versus Polos. Neque est, quod dicant, aliqua fortasse de causa majorem esse aeris resistentiam versus Æquatorem, ac proinde & majorem penduli retardationem. Et certe in tam exigua velocitate exigua omnino esse debet, & fere nulla aeris resistentia, quæ si quid agit, ubique eodem fere modo motum retardat, & potius minus sub Æquatore ob minorem aeris densitatem, majori scilicet calore vigente. Præterea etiam diligentissimi viri, qui pendulorum longitudinem observarunt, nullam prætermisere diligentiam, ut penduli retardationem ex aeris resistentia oriundam cognoscerent, adhibitis quoque accuratissimis barometris, quæ atmosphæræ variationem indicarent; sed tanta diligentia necessaria quidem fuit, ut accurate, & adamussim definiretur vera penduli longitudo, mediocris autem diligentia satis fuit, ut variatio penduli innotesceret; tanta enim est, ut observationibus etiam sine maxima subtilitate institutis sese conspicuam præbeat. Præterea omni caret verisimilitudine, observationes omnes in eumdem errorem perpetuo conspirare, quod nempe penduli isochroni longitudinem per gradus minorem faciant, pergendo a Polis ad Æquatorem. Porro in præsenti conclusione

ne generatim dumtaxat agimus de gravitatis inæqualitate; rem vero accuratius determinare pertinet ad Geographiam, ubi telluris figuram investigabimus.

Instabis I. In pendulorum observationibus non apparet summus ille consensus, qui tamen ad fidem faciendam necessarius omnino est. Circumferuntur plurimæ observationum tabulæ, quæ quidem a se invicem non parum discrepant. Imo Picardus per totam Galliam, & *Uranoburgi* eamdem invenit penduli longitudinem. Unde sic concludi potest: gravitatis variationem non demonstrant observationes illæ, quas erroris suspectas reddit earum dissensus; atqui &c. ergo &c.

Resp. Distinguo maj. Erroris suspectæ sunt observationes, quoad veram, & accuratam pendulorum longitudinem: transeat. Quoad longitudinem penduli generatim consideratam: Nego. Quare distincta min. Nego Consequentiam. Re quidem vera plurimos observationum catalogos inter se minime conspirantes exhibuerunt doctissimi viri; sed quamvis ob rei difficultatem in eadem non consentiant penduli longitudine, in id tamen conspirant omnes, ut in præcedenti responsione observavimus, quod nempe pendulum ostendant brevius sub Æquatore, longius versus Polos. Quod autem *Coupletus* eamdem in universa Gallia invenerit penduli longitudinem, referri debet nimis exiguæ locorum distantiæ, atque etiam instrumentis minus accuratis, pro ea, quam tales observationes postulant, subtilitate. Dixi autem *transeat:* tanta enim diligentia his nuperrimis annis iterata fuerunt experimen-

menta, ut miranda omnino sit tanta consensio; tantillas enim habent differentias, quas nulla diligentissimorum virorum industria vitare potest.

Instabis II. Durissima quæque metalla vi caloris estendi, frigore autem contrahi, certissimum est. Notissimum est Physicis instrumentum, quod *Pyrometrum* dicitur: hæc est illius structura. Constat ex lamella metallica, cujus extremitas una in denticulos desinit; hi autem denticuli axis perpendicularis cavitatibus, seu canaliculis inseruntur; axis autem rotæ horizontalis dentes ingreditur. Subtus lamellam metallicam aptata sunt ellichnia, quæ admoto igne flammam concipiunt. Rebus ita dispositis, lamella distenditur, illiusque proinde denticuli axis cavitates per vices subeunt & eumdem axem convertunt; revolvi autem non potest axis, nisi moveatur quoque rota superior horizontalis huic contigua. Quare si centro rotæ aptatus fuerit indiculus, qui circumferentiam in gradus, graduumque partes divisam libere percurrat, ipsam lamellæ dilationem ex gradunum percursorum numero æstimare licebit. Tanta autem est dilatatio, ut circumferentiam integram indiculus aliquando describere videatur. Si vero ad calorem extinguendum aqua lamellam perfundas, ad pristinum locum retrogrado motu redibit indiculus, ideoque & lamella justum contractionis statum recuperabit. Eamdem dilatationem accuratissimis observationibus expertus est Clarissimus *De Mairan*, soli, igni, & aquæ ebullienti expositis metallorum virgis. Igitur probabile est, caloris vi sub Zona torrida crevisse longitudinem penduli, quod

quod idcirco lentius moveri debuit; idem vero pendulum Parisios translatum rursus contrahebatur. Unde sic gravitatis inæqualitati referri non debent experimenta illa, quæ in alternam pendulorum dilatationem, & contractionem refundi possunt: atqui &c. ergo &c.

Resp. Nego min. Observatam penduli variationem caloris vi tribuendam non esse, indubitatum omnino est. Virga ferrea pedum sex æstivo Soli meridiano diu exposita, experimentis diligenter institutis inventa est major, per duas tertias partes lineæ, ideoque per decimam octavam partem pollicis parisiensis. Virga pedis unius ad ignem candefecta per dimidiam excrevit lineam. Primus calor ex Sole æstivo meridiano conceptus satis quidem vehemens in virga penduli pedum trium induceret unam tertiam lineæ partem. Alter autem calor vehementissimus, igne scilicet excitatus, lineæ unius cum dimidia variationem exhiberet. At pendulum, quo utebantur diligentissimi viri, multo minorem calorem debuit concipere, nec igni expositum, nec solaribus radiis; imo caloris effectus summa diligentia impediebatur, vel redacto conclavi, in quod experimenta instituebantur, ad calidioris loci temperiem, quod igne admoto, & adhibito Thermometro in Laponia præstitit dominus *De Maupertuis*, vel notando oscillationum discrimen singulis gradibus caloris debitum, quod Thermometri ope diligenter perfecit *Grahamus*; hac enim adhibita diligentia variatio calori debita a tota penduli inæqualitate tuto detrahebatur. His autem præsidiis execitatissimi viri in plurimis locis plures ob-

observationes habuerant. *Torneæ* in Laponia inventa est longitudo penduli ad minuta secunda oscillantis pedum 3, linearum $9\frac{1}{100}$, Parisiis pedum 3, linearum $8, \frac{67}{100}$, sub Æquatore pedum 3, linearum $7.\frac{21}{100}$. Hanc autem tantam differentiam vi caloris tribuendam non esse, ex hactenus dictis facile patet.

Instabis III. Quamvis gravitatem minorem sub Æquatore ostendant pendulorum observationes, inde tamen minime colligi potest gravitatis inæqualitas, ab Æquatore ad Polos certam servans legem. Etenim fingamus gravitatem, qualem requirit Newtoniana hypothesis, in ratione reciproca duplicata distantiarum a singulis materiæ particulis, fingatur quoque terra sphærica homogenea, ac demaur sub Æquatore B sphæra materiæ, cujus radius BI (*Fig.* 18.) contineat milliaria quatuor; jam detrahetur in B pars circiter millesima gravitatis. Nam terræ semidiameter CB est milliarium circiter 4000. & attractio in sphæram CB est ad attractionem in BI, ut BC ad BI, sive ut 1000. ad 1, quod antea demonstravimus; at in F nullum observari poterit decrementum gravitatis. Est enim attractio puncti F in sphæram IB, ad attractionem puncti B in eamdem, ut BI, ad FI^2, sive proxime ut IB^2, ad $2BC^2$, sive ut 16. ad 32000000; nimirum decrementum gravitatis in F erit $\frac{1}{2000000}$ decrementi in B, &

I
____
2000000000 gravitatis totius. Si jam sphæra BI transferatur in F, eodem argumento ibi crescet pars millesima gravitatis, nihil in B, eritque differentia inter B & F pars quingentesima gravitatis. Si dupla sphæræ diameter adhibita fuisset, prodiisset differentia dupla, nimirum pars ducentesima, & quinquagesimaquarta, qualis fere per observationes pendulorum invenitur; quamvis autem gratis omnino fingatur sub Æquatore in B existere cavernam ingentem, cujus diameter sit milliarium octo: certum tamen est multo minus materiæ sub Æquatore, quam sub Polis contineri; nam ob ingentem calorem perpetuum corpora omnia rariora sunt versus Æquatorem; at versus Polos perpetuis nivibus, & glacie rigent omnia. Præterea observationes pleræque in America factæ sunt in locis maritimis, immenso Oceano cinctis, cujus & magna est profunditas & ingens extensio; reliquæ in Europa observationes institutæ sunt in locis a mari remotioribus, & supra maris superficiem ita elatis, ut illa major a centro distantia minus detrahat gravitati, quam addat tanta materiæ quantitas late circumfusa. Ex his omnibus sic aliqui solent argumentari. Certum gravitatis incrementum, vel decrementum non ostendunt inæqualitates illæ, quæ recensitis causis tribui possunt; atqui &c. ergo &c.

Resp. transeat maj. Nego min. Ad majorem dico *transeat;* in præsenti enim quæstione sermo est dumtaxat de gravitatis inæqualitate, non vero de hujus inæqualitatis lege & causa; at pro mero figmento certe ha-

haberi debent in locis quibusdam cavernæ, in locis aliis montes; ecquis enim facile crediderit per universam tellurem tali ordine montium, cavernarumque seriem distributam fuisse, ut certis pendulorum legibus accurate respondeat? Et quidem observationes non tantum sub Æquatore & prope polos, sed etiam in locis aliis plurimis, & longius a montibus fuerunt institutæ. Tandem versus Æquatorem eminent altissimi montes, quorum ea fuit vis attractiva, ut pendulum a perpendiculari directione septem secundorum intervallo dimovere potuerit, ut antea observavimus. Verum juxta objectionis hypothesim tellus sub Æquatore montibus eminere non debet, sed contra cavernis ingentibus hiare. Hic autem data iterum occasione de montium attractione pauca revocabimus, ex quibus intelligatur, altioribus quoque montibus exiguam omnino vim tribuendam esse, illosque minimam continere materiæ quantitatem, si cum massa telluris conferantur. Ponamus montem tria milliaria altum qualis est circiter altitudo montis *Chimboraco*. Hunc montem exhibeat sphæra D in superficie telluris, quam tangat recta CLD, (*Fig.* 19.) erit gravitas in L in tellurem ad gravitatem in D in sphæram, ut sphærarum radii (ex demonstratis), gravitas autem in L in tellurem ad gravitatem in D in eamdem in ratione reciproca duplicata distantiarum LC, DC, a centro ejusdem, ac proinde si DH exprimat gravitatem in terram in D, erit $DC : LC^2 . = LC : DH$: & completo rectangulo ODHA, dirigetur gravitas per DA ex motuum compositione. Jam vero in triangulo rectangulo DHA di-

catur: ut DH eſt ad HA, ita radius ad tangentem anguli HDA; quia autem data eſt ſemidiameter telluris, quæ minor eſt milliariis pariſienſibus 3940, ac proinde & ipſa DH, dabitur angulus HDA qui invenitur 1′. 18″. Talis ergo eſſe deberet aberratio penduli prope montem *Chimboraco*, quæ tamen aberratio per obſervationem prodiit duntaxat 7″. Hic afferre placuit demonſtrationem antea omiſſam, principiis neceſſariis nondum conſtitutis. Hinc patet ingentes etiam montes minimam habere denſitatem pro ratione voluminis; quare certum eſt, montes illos cavitatibus ſeu cavernis hiare. Illæ autem telluris inæqualitates, quæ tantæ nobis videntur, & minimæ tamen ſunt cum tota telluris maſſa comparatæ, probabiliſſime referendæ ſunt in vehementiores aliquas telluris concuſſiones, quarum effectum ultra ſuperiores telluris partes propagatum non fuiſſe, veriſimillimum eſt. Itaque ex his omnibus colligitur ad explicandam gravitatis inæqualitatem ſine ulla ratione fingi montes & hiatus certa lege per univerſam terram diſperſos. Cæterum quamvis ſæpe dixerimus, gravitatis legem per obſervationes pendulorum hic a nobis non determinari, nemo tamen putet, id contrarium eſſe conſtitutæ antea attractionis legi in ratione diſtantiarum duplicata decreſcentis. Etenim hanc attractionis legem demonſtravimus inter corpora cœleſtia magnis intervallis a ſe invicem remotiſſima, in quibus proinde diverſam denſitatem negligere licuit. Gravitatem terreſtrem in eadem quoque ratione decreſcere oſtendimus, ſed gravitatem conſideravimus in eodem dumtaxat telluris loco; nullam ve-

ro

ro rationem habuimus illarum inæqualitatum quæ ex varia telluris densitate aliisque causis originem habere possunt. Tandem inæqualitates illæ nihil repugnant demonstratæ attractionis legi, cum oriantur ex ipsa attractionis lege in ratione directa massarum & duplicata inversa distantiarum. Sed ut jam sæpe monuimus, fusior explicatio ad alium locum pertinet, ubi de figura telluris.

Instabis IV. Pendulorum observationes haberi non possunt nisi facta comparatione cum horologii motu. At horologia constant ex variis partibus quæ singulæ impedimentis plurimis afficiuntur; humido vel arido cœlo magis vel minus lubricæ fiunt rotæ, modo velociores, modo tardiores; hinc fit ut pendulum horologii in longiores vel breviores arcus excurrat, ac proinde idem non servetur singularum oscillationum tempus. Tandem vitium aliud quod in pendulo simplici jam notavimus, in horologiorum pendulis multo magis crescit ob partium multitudinem & varietatem, nempe pro varia cœli temperie mutantur, varieque extenduntur & contrahuntur plurimæ horologiorum partes; hinc mutatur centri oscillationis situs. Ex his omnibus ita concludi potest: incertis causis, & sine ulla lege variis tribui potest diversa penduli longitudo, si incertus omnino sit horologiorum usus, quantum in re tam subtili desideratur; atqui &c. ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Re quidem vera horologiorum partes singulæ variis mutationibus sunt obnoxiæ; at comparatione diligenter instituta inter horologii solisque aut stellarum motum, innotescere facile

poteſt an horologium errorem aliquem admittat. Præterea ad vitandam mutationem ex cœli temperie oriundam adhiberi debent artificia, de quibus jam ſupra mentionem fecimus. His horologiorum incommodis plurima parata ſunt remedia. Grahamus celeberrimus inſtrumentorum artifex utiliſſimum ſane tantis malis remedium excogitavit. In extrema penduli virga ſuſpendit tubum mercurio plenum ita ut tamen in tubo ſpatioli aliquid ſupereſſet, per quod mercurius ipſe caloris vi dilatatus cum virga intra tubum aſcenderet, deſcendente interim tubo ipſo, atque ita centrum oſcillationis ſuo loco maneret. Eſt & alia ejuſdem erroris corrigendi ratio: ſuſpenditur pondus diverſorum metallorum lamellis ita inter ſe connexis, ut ut dum altera lamella magis diſtenta ultra alteram itidem diſtentam pondusque deprimentem excurrit, ipſa pondus ſurſum attollat, & priori altitudini reſtituat, imo etiam non nihil majori, ita ut ipſius virgæ centri oſcillationis deſcenſus compenſetur, totiuſque penduli centrum oſcillationis ſuo perſtet loco. Neque hic prætermittendum eſt aliud artificium non minus ingenioſum, quod paucis ab hinc diebus excogitavit periti ſſimus horologiorum artifex Pariſienſis *Lepautius*. Accuratiſſimis obſervationibus notum ſit oportet, quantum dilatetur virga metallica pro dato quolibet thermometri gradu; hos autem dilatationis gradus cepit *Lepautius* ex *Bougueri* & *Ellicotii* virorum diligentiſſimorum experimentis. Deinde curvam delineavit cujus radii inæquales virgæ dilatationibus ſemper forent proportionales, ita ut anguli quos radii ſinguli cum ipſo diviſionis ini-

initio continent, semper crescant, ut gradus thermometri. Id vero obtineri posse, evidens est descripto circulo & in suos gradus diviso, non secus ac dividitur thermometrum, hoc est, in partes 40; nam Parisiis intra hos limites consistit altitudo liquoris in thermometro; patet autem hanc curvam imitari spiralem quam *archimedeam* a suo inventore dicunt Geometræ. Tandem compertum est, partem centesimam lineæ in dilatione virgæ per horas 24 id efficere, ut pendulum retardet minuto uno secundo. Jam si radii centesima parte lineæ pro singulis divisionibus minuantur, manifestum est, punctum curvæ, quod quadragesimæ divisioni respondet, centro propius esse quadraginta centesimis partibus lineæ, seu duabus quintis lineæ, quam sit ipsum curvæ initium. Quæ cum ita sint, in descriptam curvam flectatur lamella metallica, eaque sub ipsa horologii suspensione collocetur, aptata etiam acu, quæ thermometri gradibus respondeat. Totum ergo negotium huc redit, ut pro tempore aliquo dato observetur gradus thermometri, curandumque ut acus eidem gradui respondeat. Hoc idem instrumentum alteri quoque graviori malo remedium affert. Rotarum cardines in horologiis oleo imbui solent; olei autem particulæ æstivo tempore vi caloris solutæ fluunt, tempore autem hiberno frigoris vi constringuntur & indurescunt. Hinc liberiores vel difficiliores sunt oscillationes. Verum cum malum istud ex eadem causa pendeat, nempe ex gradu thermomentri, idem quoque adhibetur remedium, augenda nempe est radiorum inæqualitas. Igitur non solum minui debet spiralis radius

centesima parte lineæ, seu quadragesima parte circumferentiæ totius circuli, sed mulctari etiam debet quantitate huic alteri effectui debita, & per observationes cognita.

Superest tandem, ut de vibrationum inæqualitate aliquid adjungam. Re quidem vera horologiorum pendula in breviores longioresque arcus variis de causis sæpe excurrunt; verum arcus illos licet inæquales iisdem quam proxime temporibus describi demonstrant Geometræ; quod ut intelligatur, brevis sermo haberi debet de celeberrima quadam curva quam *cycloidem* appellant. Cyclois est curva linea quam describit punctum aliquod in circuli circumferentia pro lubitu assumptum, intereadum circulus totus super lineam rectam revolvitur. Hujus curvæ genesis repræsentari solet per imaginem clavi in rotæ superficie defixi; dum nempe rota per planum circumvolvitur, clavus in aere cycloidem percurrit: De prima cycloidis inventione acerrime certatum est circa annum 1643. inter *Torricellium* & *Robervallium*, illo primam cycloidis considerationem tribuente in Italia *Galilæo*, hoc autem in Gallia *Mersenno* nostro. Sed quidquid sit de illa concertatione quæ in rixas apertasque inimicitias deinde exarsit, solam rei utilitatem, minime vero gloriam considerabimus. Plurimas inter & quidem elegantissimas cycloidis proprietates unam præ aliis afferemus quæ ad præsentem casum pertinet; si nempe cyclois ita invertatur, ut crura sursum tendant, punctum autem infimum horizontem tangat, tum e quavis distantia demittatur grave per ipsam cycloidem, eodem omnino tempore per arcum ut-

utcunque magnum vel parvum descendet. Itaque patet hanc cycloidis proprietatem ad pendulorum usum transferri posse; si nempe efficiatur ut virga penduli in cycloide suas vibrationes absolvat; hac enim arte servatur temporis æqualitas, mutata utcunque arcuum descriptorum longitudine. Illud autem commodum sequenti artificio obtineri potest. Si curvæ cuilibet ex ejus parte convexa advolvatur filum, tum evolvatur itaut pars evoluta semper tensa maneat, punctum fili quodcumque curvam quamdam lineam delineabit motu illo per aerem. Curvam quam filum complectitur, dicitur *evoluta*; curva autem quam filum in aere describit, curva *evolutione genita* appellatur. Curva genita fere semper admodum diversa est ab evoluta. At cæteris proprietatibus cycloidis hæc addenda est sane elegans; si nempe a summo vertice cyclois evolvatur, se ipsam generat sibi prorsus æqualem, ita ut binæ semicloides in situ erecto positæ, & e parte convexa in ima sui parte sibi conjunctæ integram cycloidem generent. Quamobrem si binæ lamellæ semicycloidales in ima parte conexæ invertantur deorsum, itaut ima pars evadat summa, & ex ipso lamellarum angulo appendatur filum quod semicycloidis perimetro æquale sit, pondus imo filo suspensum oscillationes suas in cycloide peraget, isochronas prorsus; sive in ampliores arcus excurrant, sive brevioribus arcubus se contineant, tempore semper æquali. Hanc cycloidis proprietatem ad horologiorum usum primus omnium traduxit *Hugenius*. In horologiis vel pondus appensum, vel lamina chalibea elastica per vim

contorta, motum primæ rotæ imprimit a qua in totam machinam derivatur. Jam diu in usu erat id machinarum genus, sed *Hugenius* eidem machinæ pendulum adjecit, ita ut cum illius oscillationibus celerioris rotæ motus connecteretur, dentesque singuli post singulas oscillationes procurrerent. Verum jam diximus, Geometris demonstratum esse, descensus per arcus circuli minimos etiam inæquales esse quam proxime isochoronos. Quare cum minimi sint circulorum arcus a pendulis descripti, tanta non est hac in re cycloidis utilitas. Præterea in pendulis simplicibus sola gravitate sollicitatis valere quidem potest cycloidis usus; sed minus felici successu horologiis aptatur. Et quidem ad penduli vibrationes præter gravitatem concurrunt quoque motrices horologii vires quæ penduli isochronismum turbare maxime possunt. Quare minimos circulorum arcus præferendos esse, ipsa quoque experientia edocti sunt horologiorum artifices. Sed hæc pauca dicta sint quantum patitur nobis imposita doctrinæ facilitas.

ARTICULUS IV.

De Corporum conflictu.

I. TRia distingui debent corporum genera; *dura*, *mollia*, & *elastica*. Dura dicuntur quæ ad mutandam figuram nulla vi cogi possunt. Mollia, quæ figuram ita mutant, ut mutationi resistant, eam autem amissam recuperare non nitantur. Elastica tandem dicuntur ea quæ figuram amis-

missam recuperare nituntur. Rursus autem corpora vel sunt perfecte elastica, si nempe restituantur eadem vi, qua fuerunt compressa; vel imperfecte elastica, si restituantur vi minori. Corporum perfecte elasticorum restitutionem ita exprimere solent Physici. Dicunt nempe, in corporibus perfecte elasticis, *vim restitutivam æqualem esse vi compressivæ*. Has definitiones exemplo illustrabimus. Globi duo elastici sibi mutuo occurrant; primum quidem in puncto sese contingunt, sed partes contingentes & sese mutuo prementes cedunt magis ac magis ad certos usque limites, ac proinde augetur per gradus contactus magnitudo, donec partes compressæ per eosdem gradus, sed velocitatis ordine inverso, sese restituant, & ad pristinum statum redeant. Jam ut inter corpora elastica & non elastica comparatio instituatur, fingamus corpora dura AB (*Fig.* 20.) longa elastrorum serie connexa esse; si A moveatur versus B, id fieri non potest nisi comprimantur elastra, ac proinde corpus A, agit in B per elastra interposita, atque magis ac magis hæc elastra comprimentur, donec corpora duo æquales secundum eamdem directionem velocitates habeant: in hoc autem statu nulla vis aget in elastra; ac proinde vim elasticam exerent, & laxari incipient, sed inverso velocitatis ordine. Itaque in corporum elasticorum conflictu considerandæ sunt actiones duæ. In prima scilicet actione res se habet non secus ac si corpora essent omni elasticitate destituta; at cessante prima actione statim altera incipit, elastra nempe restituentur eadem vi, qua fuerunt compressa, si perfecta sit elasticitas. Igitur in

prima actione extinguitur velocitas qua corpora ad se invicem accedebant, seu, ut vocant, velocitas *respectiva*; in altera autem actione corpora a se invicem recedunt eadem velocitate respectiva, qua nempe ad se mutuo accedebant in prima actione. Unde patet, motus quantitatem ab unoquoque corpore acquisitam vel amissam in prima actione æqualem esse quantitati motus acquisitæ vel amissæ in actione altera; ita ut quantitas motus per conflictum acquisita vel amissa in corporibus perfecte elasticis duplo major sit, quam in corporibus perfecte duris. Quod spectat corpora imperfecte elastica, idem est in prima actione effectus ac in corporibus perfecte elasticis; verum quia vis restitutiva minor est vi compressiva, minor quantitas motus in secunda actione acquiritur vel amittitur. At quia ex data corporum elasticitate, data etiam est ratio vis compressivæ ad vim restitutivam, seu ratio velocitatis respectivæ ante conflictum ad velocitatem respectivam post conflictum; evidens est, quantitatem motus in prima actione acquisitam vel amissam in eadem ratione augendam esse post conflictum. Tandem quod spectat corpora mollia, quorum partes cedunt, sed ad pristinam non redeunt figuram, prima actio eadem est ac in corporibus perfecte elasticis vel perfecte duris; illorum velocitas respectiva per conflictum extinguitur, & unius corporis instar progrediuntur, cum nulla sit vis restitutiva. Illud autem discrimen inter omnia corpora probe notandum est. Corpus molle tempore finito motum suum alteri communicaret, eo scilicet tempore, quo cedunt corporis partes,

& ipsam

& ipsam corporis diametrum percurrunt; si corpus perfecte molle fingatur. At in corpore duro, cujus partes cedere non possunt, unico temporis puncto indivisibili communicatur motus. Tandem in corpore perfecte elastico tempore finito motus producitur; cedunt nempe corporis partes, & crescente compressione, motu retardato ad se invicem accedunt; donec tandem continuo agat vis restitutiva, qua fit ut partes motu accelerato ad pristinam properent figuram.

II. Omnes conflictuum leges hoc uno principio innituntur; in quavis scilicet binorum corporum collisione, quantum motus lucratur corpus suum secundum datam directionem, tantum quoque lucrari debet corpus alterum secundum directionem oppositam; quod quidem evidens est ex actionis & reactionis æqualitate. Porro duplex casus contingere potest; vel enim corpora tendunt ad easdem partes, vel ad partes contrarias. Si primum, quidquid motus additur corpori fugienti, id detrahitur corpori incurrenti, ac proinde eadem manet tota motuum quantitas post conflictum, quæ fuit ante conflictum. Si secundum, quidquid motus amittit corpus unum secundum propriam directionem, tantum quoque perit in corpore altero; illa enim corpora agunt in partes propriæ directioni oppositas. Igitur in hoc casu eadem manet differentia motuum post conflictum, quæ fuit ante conflictum. Duæ autem hujus principii partes ex duplici axiomate arithmetico facile patent: si nempe duæ fingantur quantitates, ex quarum una tantum detrahitur, quantum additur alteri, eadem manet quantitatum summa: si vero ex dua-

bus quantitatibus æquales hinc inde partes detrahantur, eadem manet quantitatum differentia. Jam vero antequam collisionum leges ex demonstrato principio colligamus, observandum est corporum conflictum, vel *directum* esse, vel *indirectum*. Directus quidem dicitur, si corporum sibi occurrentium directio sit in eadem linea recta; indirectus autem vel obliquus appellatur, si corporum directiones angulum inter se contineant. De corporum conflictu directo, deinde de indirecto agemus.

III. Si corpora duo non elastica sibi invicem occurrant ad easdem partes, vel ad partes contrarias, in utroque casu post conflictum instar unius corporis progredientur; sed in primo casu, velocitas communis post conflictum erit æqualis quantitati motus ante conflictum per summam massarum divisæ; in casu autem altero æqualis fiet differentiæ quantitatum motus ante conflictum divisæ per summam massarum: si nempe corporum massæ dicantur M, m, velocitates ante conflictum V, v, velocitas communis post conflictum erit 1.° $\frac{MV+mv}{M+m}$ 2.° $\frac{MV-mv}{M+m}$; Et quidem communem esse velocitatem post conflictum, seu corpora duo post conflictum instar unius corporis progredi, evidens est. Cum enim corpora illa ponantur omni elasticitate destituta; nulla est ratio, cur a se invicem resiliant vel separentur. Facile etiam patet in primo casu velocitatem communem æqualem esse quantitati motus ante conflictum per summam massarum divisæ. Etenim

quan-

quantitas motus eadem manet ante & post conflictum; est autem quantitas motus productum ex massa in velocitatem; habebitur ergo velocitas, dividendo quantitatem motus ante conflictum per summam massarum. Simili ratione patet, in casu altero velocitatem æqualem esse differentiæ quantitatum motus ante conflictum per summam massarum divisæ; cum enim eadem maneat motuum differentia ante & post conflictum, sitque quantitas motus ut factum ex massa in velocitatem, evidens est, ad habendam velocitatem id efficiendum esse, ut nempe differentia motuum a massis liberetur, quod fit dividendo per massas. Jam hujus secundi casus aliquas conditiones expendamus. Si massæ & velocitates fuerint æquales, erit $mv = MV$, ideoque $MV - mv = o$; quare velocitas nulla est, & ambo corpora post conflictum quiescunt ... Si massæ fuerint æquales, quiescat autem massa m, erit $\frac{MV - mv}{M + m} = \frac{MV}{2M} = \frac{V}{2}$; corpora nempe post conflictum dimidia velocitate progredientur ... Si massa M quiescat, sitque valde magna & fere immensa respectu massæ m, erit $MV = o$, ideoque velocitas post conflictum fieret $\frac{M'v}{M + m}$, ac proinde physice nulla ob massam M valde magnam.

IV. Ex demonstratis conflictuum legibus in corporibus omni elasticitate destitutis, facile colliguntur conflictuum leges in corporibus elasticis. Etenim si corpora omni ela-

elaſticitate careant, ex data velocitate communi poſt conflictum, & ex data corporum maſſa invenitur quantitas motus in unoquoque corpore poſt conflictum, quæ ſi conferatur cum quantitate motus ante conflictum, habebitur quantitas motus per conflictum acquiſita vel amiſſa. Jam vero in corporibus perfecte elaſticis quantitas motus acquiſita vel amiſſa duplo major eſt; in corporibus autem imperfecte elaſticis mutatio motus augetur in ratione vis reſtitutivæ ad vim compreſſivam, ex demonſtratis. Quare corpora elaſtica conſiderentur primum tanquam omni elaſticitate deſtituta; atque inveniatur quantitas motus acquiſita vel amiſſa; utraque duplo major fiat, ſi elaſticitas fuerit perfecta; augeatur autem ita ratione vis reſtitutivæ ad vim compreſſivam, ſi imperfecta fuerit elaſticitas, atque ita conflictuum leges pro quacumque elaſticitatis hypotheſi determinare licebit. Has autem leges exemplis illuſtrabimus. Si corpora omni elaſticitate deſtituta & æqualia ponantur, illorumque unum quieſcat, poſt conflictum dimidiata velocitate ad eaſdem partes velut unum corpus progredientur, ut patet ex demonſtratis. Quare corpus quieſcens dimidiam motus quantitatem acquirit, quam amiſit corpus incurrens. Jam ſi corpora ſint perfecte elaſtica, duplo major fiat mutatio motus in unoquoque corpore; ergo corpus quieſcens totam acquiret motus quantitatem, quam amittet corpus incurrens, quod proinde quieſcet.

Alterum conſideremus caſum, dum nempe corpora ad partes contrarias tendunt, & facilitatis cauſa ponamus corpora æqualia & eadem velocitate moveri. Si corpora non fue-

fuerint elastica, ambo post conflictum quiescunt, ac proinde totam & æqualem motus quantitatem amittunt; verum in corporibus perfecte elasticis duplo major est mutatio; quare corpora perfecte elastica non solum amittere debent totam motus quantitatem secundum propriam directionem, sed contrariam & *negativam*, ut ita dicam, motus quantitatem acquirere; quare corpora ad partes contrarias a se invicem resilient æquali motus quantitate. Simili modo ad calculum revocari possunt aliæ quælibet motuum conditiones. Tandem si corpora fuerint imperfecte elastica, accuratissimis experimentis nota sit oportet ratio velocitatis respectivæ ante conflictum ad velocitatem respectivam post conflictum; atque in eadem ratione augeri debet mutatio motus. Observavit Newtonus, in globis vitreis velocitatem respectivam ante conflictum esse ad velocitatem respectivam post conflictum, ut 16. ad 15. Quare si in globis vitreis æstimari debeant conflictuum leges, hac proportione utendum est. Cæterum in præcedentibus demonstrationibus corpora omni elasticitate destituta, & perfecte dura consideravimus; qualia fortasse nulla existunt in rerum natura. Verum hanc quæstionem ad alium articulum in Physices progressu rejicimus. Interim patet, hanc hypothesim, falsam an veram, a nobis fingi potuisse, ut in corporibus elasticis conflictuum leges eruere liceret.

V. Demonstratæ hactenus conflictuum leges pendulorum ope ad experientiam revocari solent. Globus A vibrationes suas perficiat in circulo EAF, itemque B in circulo æquali GBH (*Fig.* 21.) moveatur, & arcum RA de-

defcendendo, vel arcum ar afcendendo percurrat. Demonftravimus jam velocitates in puncto infimo A fore, ut funt arcuum afcendendo vel defcendendo defcriptorum chordæ. Itaque effici facile poteft, ut corpora, datis quibuslibet velocitatibus, inter fe congrediantur; atque ex arcuum defcriptorum chordis poft conflictum invenitur velocitas acquifita vel amiffa; atque ita per experientiam probari poffunt conflictuum regulæ. Verum in inftituendis hujufmodi experimentis calculo fubduci debet aeris refiftentia, quæ rem maxime turbat; in caufa enim eft, ut globus A defcendens per arcum EA ex R, afcendendo per AF non percurrat arcum æqualem, nec iterum revertatur ad R, ut contingeret in vacuo, fed deveniat ad punctum aliquod V. Newtonus ad habendam velocitatem globi A defcendentis in aere per arcum datum præfcribit, ut fublato altero globo B, demittatur libere globus A ex aliquo puncto R, noteturque punctum V, ad quod poft duas ofcillationes regreditur; tum pars quarta arcus RV collocetur in medio in ST, ut RS & TV æquentur inter fe, nimirum ut VT ad VR fit in ratione 3 ad 8. Quod quidem ita fe habere ex conftructione patet; nam $VR = 2DV + \frac{1}{4} VR = \frac{8 TV + VR}{4}$; ideoque $4 VR = 8TV + VR$, & $3 VR = 8TV$. His pofitis affirmant Newtonus, velocitatem in A globi decidentis ex S in aere eamdem effe, quæ foret in vacuo, fi globus caderet ex T. Eodem modo fi globus poft collifionem afcendit ad S, inveniendum eft punctum V, ex quo libere demiffus globus ipfe A poft itum & reditum ita afcenderet ufque

usque ad r, ut esset rs = tv, & st quarta pars totius rv, sive quod idem est, ut rs sit ad rv in ratione 3 ad 8; affirmatque, velocitatem in A fore illam ipsam, qua in vacuo ascenderet ad t.

Hujus correctionis ratio facile patet. Nam RV est effectus resistentiæ aeris, qui in duplici illa oscillatione debetur binis descensibus & binis ascensibus, ideoque ejus pars quarta ST debetur soli descensui; hanc partem in medio collocat ad habendum medium quemdam effectum; cum nimirum bini illi descensus & ascensus non sint inter se æquales, sed primus ascensus ac secundus discensus, æquales inter se, medii sint inter primum descensum & secundum ascensum. Hæc correctio exhibet velocitatem proxime solum, non accurate, quæ nimirum in exigua aeris resistentia parum a vera abludere possit; nam ad veram velocitatem determinandam multo sublimior & adhuc incerta resistentiarum doctrina requiritur; sed in re præsenti tantæ subtilitates sub sensum non cadunt. Testatur autem Newtonus, se plurimis experimentis diligenter institutis invenisse experimenta ipsa doctrinæ hactenus explicatæ omnino consentanea.

De corporum conflictu directo hæc pauca demonstrasse satis sit, ex quibus omnes conflictuum casus facile derivari possunt. Cæterum quæstionem metaphysicam de motus communicati causa paucis verbis hic iterum revocabimus. Affirmat Malebranchius motuum communicationem cum principiis physicis, aut cum aliqua corporum proprietate necessario conjunctam non esse; ita ut inter corporum duorum motum seu quietem nulla

ma-

major ſit connexio, quam inter corporum figuram, colorem &c. Hinc concludit celeberrimus metaphyſicus, corporis incurrentis motum cauſam phyſicam non eſſe, cur corpus percuſſum moveatur, ſed totam motuum communicationem divinæ voluntati, illiuſque immediatæ actioni referendam eſſe. Certum quidem eſt, voluntatem Creatoris, omnium naturæ effectuum ac proinde & motus communicati primam & ſupremam eſſe cauſam; verum quod aſſerit Malebranchius, inter mutuos corporum conflictus nullam majorem eſſe conjunctionem, quam inter illorum figuram, & colorem, id quidem parum accurate dictum eſt. Et certe corporis alicujus figura & color ad corporis alterius figuram coloremque nihil omnino conferre poſſunt. At ſi corpus aliquod in aliud incurrat, neceſſum eſt aliquam ſtatus mutationem contingere vel in corpore alterutro, vel in utroque corpore. Etenim cum partes corporum ob illorum impenetrabilitatem ex eodem loco ſeſe excludant, corpus aliquod incurrens motus directionem perſequi non poteſt, niſi corpus percuſſum moveatur; quod ſi corpus incurrens poſt conflictum quieſcat, jam idem corpus ſtatum mutat, tranſiens ſcilicet ex motu ad quietem. Quare oportet, ut in corporibus aliqua fiat ſtatus mutatio. Res alio exemplo confirmatur. Si corpora duo æqualia elaſticitate deſtituta ſeſe mutuo in partes directe oppoſitas æquali velocitate percutiant, ambo poſt conflictum quieſcere ex illorum impenetrabilitate colligitur; ob eam rationem quieſcere etiam debent corpora, ſi maſſæ fuerint in ratione reciproca velocitatum. Quæ cum ita ſint, ex ipſis corporum proprie-

prietatibus fluere videntur conflictuum regulæ. Et re quidem ipsa ex vi inertiæ atque ex actionis & reactionis æqualitate pendent omnes, quas tradidimus, conflictuum leges. Itaque nos quidem latet, qua vi aut virtute corpora motum inter se dividant; motus enim nihil in se reale est, sed tantum aliquis existendi modus, nec facilius intelligitur motus quam quietis communicatio; *virium*, *actionum* nomina adhibent plerique Philosophi, sed obscuris vocabulis rem implicant, non explicant. Concludendum ergo est, motuum communicationis principium metaphysicum ignotum nobis esse, ex corporum tamen proprietatibus pendere conflictuum leges, quas infinita sapientia ad fines in hujusmodi creatione propositos direxit & ordinavit omnipotens rerum omnium auctor & gubernator. Quamvis autem ex proprietatibus corporum pendere videantur percussionis regulæ, nemo tamen temerario inferat, leges illas omnino necessarias esse, & ab omnipotentis Creatoris voluntate nequaquam pendere. Etenim Deus corpora omnia totumque universum libere creavit & conservat, eadem pro arbitrio destruere, annihilare, ubi voluerit, iterum creare potest; ac proinde corpora omnia omnesque naturæ leges infinitæ Dei omnipotentiæ subordinantur. Sed hæc conferantur cum iis, quæ de miraculis diximus in Metaphysica, atque etiam cum dicendis deinceps de essentialibus corporum proprietatibus.

VI. Indirectus corporum conflictus ad directum revocari potest. Sint corpora duo sphærica A, & B, quæ ex locis A, & B eodem tempore exeant secundum directiones AG, & BC (*Fig.*22.) sitque velocitas corporis A ad velo-

velocitatem corporis B, ut AG ad BD. Describatur parallelogrammum ABHG, ducaturque DH. Centro G, & radio corporum A, B semidiametris æquali describatur arcus circuli, rectæ DH occurrens in L, I, agaturque LN parallela rectæ GA, itemque NR parallela rectæ GL: corporum duorum centra eodem tempore perveniunt ad puncta N, R, tumque corpora se mutuo tangent; nam ex triangulorum similitudine DN est ad NL, vel GR, ut DB ad BH vel AG, vel etiam ut velocitas corporis B ad velocitatem corporis A. Quare spatia BN, & AR, eodèm tempore describentur, & corporum centra eodem tempore puncta N, & R attingent. Quia vero recta NR æqualis est semidiametrorum summæ NR; evidens est, corpora sese contingere, sibique occurrere. Jam ducantur BM, AQ perpendiculares ad NR, erunt corporum conflictus iidem, ac si corpus A velocitate RQ occurreret corpori B velocitate MN secundum directionem NR. Etenim velocitates corporum A,& B sunt, ut rectæ AR, & BN. Preterea motus AR resolvi debet in duos AQ, & RQ, itemque motus BN resolvitur in duos BM, & MN; sed motus AQ, & BM secundum directiones parallelas nihil conferunt ad conflictum; quare corpora ambo in se invicem agunt non secus, ac si occurrerent sibi mutuo secundum directionem NR, cum velocitatibus RQ, MN. Itaque ex demonstratis patet, motus indirectos ad directos revocari, ideoque invenietur, ut ante, corporum velocitas post conflictum secundum hanc directionem; quo facto reperietur directio composita in hunc modum. Ponatur velocitas corporis A post conflictum =

Rg,

Rg (*Fig.* 23.) velocitas corporis B = Nn, ſitque Rq æqualis & parallela rectæ AQ, itemque NI æqualis & paralella rectæ BM, compleanturque parallelogramma RqAg, NIBm, moveri pergent corpora A, & B poſt conflictum per diagonales Rx, & Nb cum velocitatibus Rx, & NB. Quoniam ergo motus indirectus ad directum revocatur, facile patet qua ratione conflictuum leges ac corpora utcunque elaſtica indirectis motibus in ſe invicem incurrentia transferri poſſint; varios caſus percurrere longius foret atque ſuperfluum.

VII. Ad conflictuum leges referuntur etiam quæ de corporum reflexione tractari ſolent. Sit MN (*Fig.* 24.) planum immobile, in quod perpendiculariter incidat globus F omni elaſticitate deſtitutus; is poſt conflictum totam velocitatem amittet, ut ex dictis evidens eſt; cum nec in plano nec in globo quidquam ſit, quod globum determinet ad regreſſum; & præterea corporis progreſſum ipſa plani immobilitas non permittit. Adveniat globus oblique per AC, & ducta AD perpendiculari ad MN, complectoque rectangulo ADBF, motus per AC compoſitus intelligatur ex motibus AD & AF, quorum alter AD vel FC elidetur a plano MN; manebit autem alter AF vel DC; ac proinde globus excurret verſus N, & æquali tempore percurret CE = DC, quæ erit ad AC, ut coſinus anguli ACD ad radium. At ſi globus fuerit perfecte elaſticus, in primo caſu delatus per FC regredietur itidem per CF eadem velocitate, qua advenerat, ut patet ex demoſtratis de elaſticitate perfecta. Si autem adveniat per AC, reſoluto, ut ante, motu in motus duos AD, & DC, vel FC, &

CE,

CE, globus progredietur per diagonalem rectanguli FCEB, in quo cum latera CE, & EB, æquentur lateribus CD, & DA, & anguli ad E, & D ſint recti; patet angulum ACD, qui dicitur angulus *incidentiæ*, æqualem eſſe angulo BCE, qui angulus *reflexionis* appellatur. Si globus fuerit imperfecte elaſticus, & adveniat per FC, iam reſiliet in F, ea ſcilicet velocitatis parte, quæ per conflictum recuperatur; ita ut CF ſemper ſit in data ratione vis reſtitutivæ ad vim compreſſivam. Tamdem ſi globus oblique adveniat per AC, ſervata velocitate per CE, & recuperata velocitatis parte per Cf vel Eb, reſiliet per Cb, eritque angulus reflexionis ECb ſemper minor angulo incidentiæ ACD. Hæc omnia, quæ ex motuum compoſitione & reſolutione facile colliguntur, vera ſunt duntaxat, ſi ponantur conditiones quædam, nempe ſi planum fuerit perfecte lævigatum, ita ut mutuus partium attritus nihil officiat. Præterea conſideravimus corpora velut puncta, aut etiam ea ſphærica eſſe poſtulavimus, cum ſphæræ in unico puncto ſeſe tangant. Verum ſi diverſas corporum figuras conſideremus, res eſt ſane ardua & ſublimioris doctrinæ; at conflictuum leges expoſuiſſe ſatis ſit in corporibus ſphæricis, ex quibus vulgares conflictuum & elaſticitatis effectus licet intelligere. Tandem monendum ſupereſt, nullam nos habuiſſe rationem exiguæ compreſſionis, quæ in ipſo globorum conflictu contingit: compreſſio enim & reflexio fiunt per curvam quamdam; ſed cum exiguus omnino ſit tactus ille, quo globi comprimuntur, hac de cauſa nihil turbantur colliſionum regulæ, quas quidem experientia confirmat.

VIII.

VIII. Ex his omnibus, quæ in toto præſenti capite explicavimus, naſcitur quæſtio de *viribus vivis* magna animorum contentione agitata ubique gentium. Leibnitius occaſione arrepta ex corporum aſcenſu uniformiter retardato hanc controverſiam primus invexit, quam deinde corporum elaſticorum colliſione aliiſque plurimis argumentis tueri conati ſunt magni quidem viri. Cum videret Leibnitius, corpus dupla vel tripla velocitate projectum ſurſum aſcendere ad altitudinem quadruplo vel noncuplo majorem, cenſuit diſtinguenda eſſe bina virium genera; illarum ſcilicet, quæ etiam ſine motu habentur, ut eſt vis gravitatis, vis elaſtica quæ meram preſſionem gignunt, ubi oppoſitis viribus impeditur motus; has vires idcirco vires *mortuas* appellavit, quo nomine eas ſecernere voluit a viribus in corpore motum aliquem habente admittendis, quarum effectus ſit ut velocitatis quadratum, eaſque idcirco vires *vivas* nominavit. Eamdem virium diſtinctionem ex corporum elaſticorum colliſione confirmant Leibnitiani; cum enim in globis elaſticis in ſe invicem utcunque incurrentibus, productum ex quadrato velocitatis in maſſam idem inveniatur poſt colliſionem, quod erat ante; inde inferunt, in corporibus eſſe aliquid, quod reſpondeat maſſis ductis in quadrata velocitatum, quod illæſum remaneat, & ab uno corpore in aliud tranſeat, vim ſcilicet vivam, quæ perpetuo conſervatur. Mirum ſane, quam multas hæc quæſtio contentiones excitavit, aliis vires vivas æſtimantibus ex maſſa & ſimplici velocitate, aliis ex maſſa & velocitatis quadrato. Pro quadrato velocitatis Leibnitiani

omnes

omnes in Germania ſteterunt, pro ſimplici velocitate Carteſiani in Gallia, Newtoniani in Anglia, apud Italos diviſa ſtudia. Verum quamvis inter celeberrimos viros etiamnum hodie acrius ferveat philoſophica lis illa, eam tamen in ſolo nomine poſitam eſſe, mihi facile perſuadeo. Et quidem in memoriam revocandum eſt, quod ſæpe ſæpius monuimus, vis nomen ambiguum omnino eſſe, nullamque diſtinctam notionem habere, niſi effectum aliquem intelligamus. Itaque vis nomine nihil aliud clare ſignificari poteſt niſi illa proprietas, qua fit, ut corpora ad motum concitata, vel obſtacula ſuperent, vel iis reſiſtant. Quo major eſt ſuperata obſtaculi alicujus reſiſtentia, eo major cenſetur vis, quo quidem vocabulo nulla entitas corpori inhærens intelligi debet, ſed merum factum ſeu effectus. His jam explicatis, corporum motibus opponi poſſunt tres obſtaculorum ſpecies. Vel enim inſuperabilia ſunt obſtacula, ita ut omnem qualemcumque deſtruant motum; vel obſtacula eam dumtaxat præbent reſiſtentiam, quæ ad extinguendum corporis motum ſatis ſit, illumque ſtatim extinguit, ut fit in æquilibrio; vel tandem obſtacula paulatim & per gradus motum deſtruunt, ut fit in motu retardato. Quia autem obſtacula inſuperabilia motum omnem ſiſtere valent, ad corporum vires æſtimandas nihil conferre poſſunt; itaque ſupereſt ut virium menſuram aut in æquilibrio aut in motu retardato inveſtigemus. Quod æquilibrium ſpectat, motus quantitates æquales eſſe conſentiunt omnes, ac proinde vires in hoc caſu ex ſola velocitate æſtimandas eſſe, fateantur neceſſe eſt. Neque

etiam

etiam repugnat, in motu retardato vires ex motus quantitate æstimari. Etenim si vis nomine intelligatur resistentiarum summa, quam obstacula quælibet corporum motibus afferunt, jam nulla difficultas esse potest; & quidem evidens est quantitatem motus amissam tempore infinitesimo esse ut productum ex resistentia in tempus infinitesimum, ac proinde resistentia tota est ut productorum illorum summa, sive ut tota quantitas motus amissa. Porro virium notioni convenientissimum est, vim corporum hoc modo æstimare; nullam enim obstaculi ideam habemus, nisi quatenus resistit, ac proinde resistentiarum summa sive quantitas motus amissa quæ eidem resistentiæ proportionalis est, considerari potest tanquam obstaculum superatum, ac proinde vires vivæ hoc modo consideratæ ex producto massæ in velocitatem æstimari debent. At si nomine vis vivæ intelligatur alter effectus, puta numerus obstaculorum, quæ superantur, jam alia prodit virium mensura. Etenim ponamus, globum aliquem projici in elastrorum seriem velocitate duplo, triplo majori; in primo casu elastrorum compressorum numerus erit quadruplo major, in casu secundo erit major noncuplo; & ita deinceps, quod facile patet; nam quo majus est spatium percursum, eo major est elastrorum quæ in spatio continentur, numerus, ac proinde numerus elastrorum est, ut spatium percursum, hoc est, ut quadratum velocitatis. Itaque patet, totam quæstionem huc revocari; an vires vivæ æstimari debeant ex primo, vel secundo effectu, nempe ex ipsa resistentiarum summa, vel ex ipso obstaculorum numero. Præterea observandum est, effectum aliquem

quem majorem longiori tempore produci. Ita ſi diverſis velocitatibus in exemplo præcedenti projiciantur globi contra plura elaſtra, globus qui dupla velocitate projicitur, quatuor elaſtra comprimit, ſed longiori tempore ſcilicet duplo, ac proinde mirum non eſt, quod dupla velocitas tempore duplo effectum quadruplum producere debeat. Pari ratione corpus ſurſum projectum velocitate duplo majori ad quadruplam altitudinem aſcendit, ſed tempore duplo. Hæc ergo altera eſt quæſtionis ambiguitas, an ſcilicet in virium effectibus æſtimandis haberi debeat ratio temporis, vel non; hæ autem conſiderationes a Phyſicorum arbitrio omnino pendent. Hac facta diſtinctione & accurate conſtituta definitione, jam omnibus quæ proponi ſolent, argumentis ſtatim parata eſt reſponſio. Neque immorandum eſt principio, quod *virium vivarum conſervationem* appellant; nempe in globorum elaſticorum conflictu productum ex quadrato velocitatis in maſſam invenitur idem ante & poſt colliſionem. Principium illud ex ſola elaſticitatis natura atque ex actionis & reactionis æqualitate unice pendet. Et quidem ſi globi non fuerint perfecte elaſtici, velocitatum quadrata ac proinde & vires non ſervantur. Hanc quæſtionem *logomachiæ* laborare non ſolum demonſtrant ratiocinationes jam explicatæ, ſed magis ac magis manifeſtum fiet, ſi rem ita conſieremus; nempe corpus vel tendit dumtaxat ad motum obſtaculo aliquo impeditum, vel revera movetur velocitate uniformi, vel denique illius motus obſtaculo aliquo retardatur; ac tandem omnino extinguitur; in his omnibus caſibus diverſus eſt effectus a corpore productus, corpori

pori tamen nihil novi accedit, sed illius actio dumtaxat varie applicatur. Itaque dum dicitur, vim corporis in certis casibus esse ut velocitatem, in aliis ut quadratum velocitatis, nihil aliud significatur, nisi effectum in quibusdam casibus esse ut velocitatem, in aliis autem ut quadratum velocitatis; atque etiam probe notanda est *effectus* significatio, quæ ut plurimum vaga est, & definitione indiget. Et quidem in tribus enuntiatis casibus effectus vocabulum diversam habet significationem; in primo casu solam tendentiam exprimit; in secundo spatium dato tempore descriptum & constans designat; in tertio tandem casu spatium usque ad motus totius extinctionem percursum denotat; in his autem casibus singulis nulla habetur ratio temporis, quo actio consumitur. Accurate ergo notandum est corporis *tendentiam* ad motum, prout est diversimode applicata, varios producere effectus, quorum alii sunt velocitati, alii autem velocitatis quadrato proportionales. Ex his patet, quo sensu intelligi debeat vulgatissimum axioma: *causæ suis effectibus sunt porportionales*: obscure quidem enuntiatum est axioma illud, cum eadem causa diversos effectus producere valeat. Igitur ita restringi debet hæc propositio, ut nempe effectus causis suis porportionales sint, si causæ eodem modo agant; quod quidem probe observandum est; persæpe enim fit ut principium illud, quod est omnino inutile vel saltem vago modo expressum, incautos Philosophos in paralogismos adducat. Hæc satis dicta sint de celeberrima controversia, quæ licet superflua omnino, & inter *logomachias* rejicienda videatur, præstantissimis utilissimisque operibus occasionem dedit.

APPENDIX.

De quibusdam Capitis præcedentis utilitatibus.

I. DE corporum descendentium motu uniformiter accelerato in præcedenti capite sermonem habuimus. Ex demonstrata accelerationis lege statim intelligitur, quantus debeat esse corporis ex alto delapsi impetus, quem quidem maximum esse oportet in minimo etiam corpore, dummodo tamen maxima sit descensus altitudo. Hic igitur prætermittendum non est luculentissimum divinæ providentiæ argumentum; cum enim minimæ aquæ guttulæ, levissimique nivis flocculi aut grandinis globuli ex alto cœlo delabantur, durissimas etiam cervices nostras tanta vi facile frangerent, nisi Deus optimus maximus, opposita aeris resistentia, nostræ conservationi providere voluisset. Maximam fluidarum particularum percussionem vulgatissimo experimento exhibere solent Physici. Tubus vitreus aliqua ex parte aquam continet, pars autem superior aere vacua est; tubus hoc modo comparatus manu agitatur, ita ut aqua ad partem tubi superiorem ascendat & deinde in fundum recidat. Aqua fundum percutiens minima licet quantitate & ex minima altitudine, lapidis ictum sonumque imitatur, atque tubus paulo vehementiori manu succussus in frusta dissilit, qui vix levissimum ictum excipit, si aerem continet. Id autem, oblata occasione, pro religioso institutionum nostrarum fine breviter observatum sit.

Quam-

Quamvis autem tales nobis proponamus erudiendos auditores, qui non armorum ſtrepitum, ſed religionis pacem amare debent explicatæ tamen doctrinæ in arte *balliſtica* ſive *tormentaria* utilitatem exponere licebit. Sit AL altitudo ex qua grave deſcendens, velocitatem acquireret projectionis velocitati æqualem; tempore, quo grave deſcendit per AL (*Fig.*25.) percurreret motu uniformi ſpatium duplum ipſius AL, puta AI. Erit autem, ex antea demonſtratis, EQ ad AL, ut quadratum temporis per EQ, quod idem eſt ac tempus motus æquabilis per AE ad quadratum temporis deſcenſus per AL, quod idem eſt ac tempus motus æquabilis per AI, ideoque ut quadratum AE ad quadratum AI, ſumptiſque AL, AI, AV continue proportionalibus, hoc eſt, ſumpta AV quadrupula ipſius AL, erit rectangulum ex AL, & AV æquale quadrato ipſis AI; ac proinde ductis extremis & mediis habetur $EQ \times AL \times AV = AL \times AE^2$, ſive $EQ \times AV = AE^2$, & $AV : AE = AE : EQ$; quare rurſus patet gravia horizontaliter vel oblique projecta Parabolam deſcribere. Ex hac demonſtratione tota pendet ars balliſtica, atque ad facilem uſum comparari poterunt tabulæ, quarum ope data vi pulveris pyrii, datiſque loci feriendi diſtantia & altitudine, invenietur elevatio *Mortarii*, ſive quod idem eſt, angulus quem directio globi tormentarii efficit cum horizonte.

Nihil hac in re brevius & elegantius legitur, quam quod tradidit D. De Maupertuis in Mon. Pariſ. an. 1731. hoc fere modo; rem analytice exprimamus. Sit $AE = t$, $EA = z$, $AL = a$, ideoque $AV =$

4a; erit $EA \times AV = 4az$, & $AE^2 = t^2$, ac proinde habetur æquatio ad Parabolam $t^2 = 4az$. Jam vero Parabola AQ ad lineam horizontalem AB facile refertur. Linea *Jactus* AE, ut vocant, ſive directio mortarii cum horizonte AB datum efficit angulum, cujus tangens dicatur n, ſitque $AH = x$, $PM = y$; ſumpto AH pro radio $= 1$; erit AH ad HE, ut radius ad tangentem, ac proinde $HE = nx$. Igitur $EQ = EH - QH = nx - y$, & $AE^2 = AH^2 + HE^2$, hoc eſt, $tt = xx + nnxx$. Quare ſi in prima æquatione $tt = 4az$, loco tt & z, ſubſtituantur præcedentes valores; habebitur $nnxx + xx = 4nax - 4ay$. Jam hujus formulæ uſum conſideremus. Data ſit diſtantia horizontalis loci feriendi $AC = b$, ejus altitudo $CP = c$, in præcedenti æquatione erit $x = b$, & $y = c$. Quare mutabitur in hanc $nn + bb = 4nab - 4ac$. Hinc per radicum extractionem & vulgares æquationum regulas facile invenitur directio mortarii $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4a^2 - 4ac - b^2}$, ubi ſignum $\pm$ deſignat ſignum poſitivum vel negativum; ac proinde patet, duplicem eſſe poſſe mortarii directionem. Etenim ſive adhibeatur ſignum +, ſive −, reſtitutis quadratis, eadem redit æquatio. Si locus P ſit in horizonte, jam evaneſcit PC, ideoque $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4aa - bb}$. Si locus P ſit infra C, erit $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4aa + 4ac - bb}$. Si data ſit directio mortarii, erit, $a = nn \frac{bb}{4nb - 4c} + \frac{bb}{4c}$; quare invenietur veloci-

tas

tas *projectionis*, seu vis pulveris pyrii. Itaque patet, ad usum ballisticæ artis faciles expeditasque tabulas imperitis etiam militibus parari posse ope hujus formulæ, quæ quidem ipsa sola continet, quidquid in magnis voluminibus scriptum invenitur, atque eam ob causam prætermittere nolui hoc elegantissimum problema ex primis Algebræ principiis facile intelligendum. Cæterum in doctrina ballistica hactenus explicata nullam aeris resistentis habuimus rationem, quam expertissimi quidam viri considerandam esse affirmant, alii vero negant. Quare in hac inter peritissimos etiam viros opinionum varietate nova experimenta diligentius iteranda esse, censeo. Porro hoc quidem certissimum est, resistentiam maxime minui, si globus missilis sub exiguo volumine maximum pondus continet; ac proinde in hoc casu experimenta ad doctrinæ veritatem magis accedunt.

II. In hoc ipso capite pendulorum doctrinam explicavimus; hæc autem est maxima pendulorum utilitas, ut accuratam exhibeant temporis mensuram. In motu quærendam esse temporis mensuram, demonstravimus in Metaphysica. Si motus sit uniformis, spatii descripti partem accipimus pro unitate, & deinde æquales ejusdem spatii partes consideramus. Tempus, quod hoc modo per motum uniformem metitur, tempus *medium* & *uniforme* appellamus; at tempus *apparens* & *verum* dicitur externa quælibet & sensibilis per motum temporis mensura, qua vulgus vice veri temporis utitur, ut hora, dies, mensis, annus. *Æquatio temporis* vocatur differentia inter tempus verum & tempus medium. Æquabilem censent Astronomi

diurnum communem motum, qui ex diurna terræ revolutione circa proprium axem oritur; at inæquale est temporis intervallum inter binos appulsus Solis ad Meridianum; illud autem temporis intervallum *diem astronomicam* vocant. Sit S Sol (*Fig.* 2.), AB portio obitæ telluris, linea MD repræsentet Meridianum aliquem, cujus planum productum transit per centrum Solis, dum tellus versatur in A. Progrediatur deinde tellus in sua orbita per arcum AB ad B; interea dum completur una telluris revolutio circa axem, completa revolutione Meridianus MD perveniet ad situm md priori MD parallelum; ideoque Meridianus in hoc statu nondum per Solem transit, neque incolis, qui sub Meridiano illo degunt, fiet meridies, sed oportet ut Meridianus dm motu angulari feratur, describatque angulum dBf, donec Meridiani planum per centrum Solis transeat. Exinde fit, ut dies solares una telluris revolutione circa axem longiores sint.

Si Meridianorum plana ad orbitæ terrestris planum normaliter insisterent, & tellus æquabili semper motu orbitam suam percurreret, post peractam a Meridiano aliquo revolutionem, ob md, & MD parallelas, angulus dBf esset æqualis angulo BSA, & arcus df similis arcui AB; atque, ob tempora semper æqualia arcus AB, ac proinde angulus dBf esset sibi semper æqualis; ideoque dies omnes solares æquales essent, tempusque apparens cum medio congrueret. At res longe aliter se habet; inæqualis enim est telluris velocitas, quæ in motu annuo est reciproce, ut perpendiculum ad tangentem demissum, ex antea demonstratis. Præterea Meridiano-

norum plana non sunt ad Eclipticam, sed ad Æquatorem normalia. Sola hæc causa, dempta etiam terrestris motus inæqualitate, dierum inæqualitatem produceret; nam Ecliptica efficit cum Æquatore angulum 23° $\frac{1}{2}$; si autem dividatur Ecliptica in exiguos arcus æquales qui Solis iter, posito ejus motu uniformi, singulis diebus repræsentent, ductis per Polos mundi, & per singula divisionum puncta circulis Meridianis, æquales non sunt Æquatoris arcus his Meridianis comprehensi; ac proinde nec æquale semper est temporis intervallum inter binos appulsus Solis ad Meridianum. Hic autem pro commoditate, majorique facilitate, modo telluris, modo Solis motum adhibemus; res enim perinde se habet quoad motum apparentem.

Quæ cum ita sint, etiamsi fingamus Solem uniformi motu in Ecliptica progredi, non tamen per binos appulsus Solis ad Meridianum definiri potest tempus medium. Itaque adhibent Astronomi fictitios quosdam dies inter se æquales, & inter longiorem, brevioremque diem medios; quod ut efficiant, numerum horarum, quibus Sol in Ecliptica defertur, considerant, tempusque totum in tot dividunt partes, quot sunt horæ, quarum 24 diem integram constituunt. Quoniam autem nullum novimus in natura corpus, quod motum perfecte æquabilem conservat, qui tamen motus solus idoneus est ad dies, horasque æquales connotandas, fingunt Astronomi aliquod sidus, quod in Æquatore versus orientem semper incedat, & motum suum nusquam intendat aut remittat, sed uniformiter Æquatorem percurrat eodem tempore, quo Sol Eclipticam

videtur describere. Talis sideris motus tempus æquale & verum repræsentabit, ejusque motus in Æquatore diurnus esset 59′ 8″, qualis scilicet est medius Solis motus in Ecclиptica; ac proinde dies æqualis & medius per appulsum hujus sideris ad Meridianum definitus, æqualis erit tempori, quo tota circumferentia Æquatoris, seu gradus 360 per Meridianum transeunt, & insuper 59′ 8″, hoc autem additamentum idem semper manet, ac proinde dies omnes medii inter se æquales erunt. Cum ergo Sol inæqualiter secundum Æquatorem orientem versus promoveatur, aliquando citius hoc sidere Meridianum attinget, aliquando serius ad eumdem appellet. Hæc differentia ea ipsa est, quam *temporis æquationem* appellavimus; hac autem aliquando ablata, aliquando addita, evidens est tempus medium revocari ad verum, & viceversa verum ad medium. Porro hæc æquatio excurrit per 31′ partim hinc, partim inde, ita ut inæqualitatum omnium summa quadrantem horæ superet dimidio minuto. Itaque dierum astronomicorum inæqualitatem explicavimus.

Ejusdem generis inæqualitas habetur etiam inter binos appulsus ad horizontem, quod temporis intervallum diei italicæ durationem definit; sed in hac temporis mensura multo major est inæqualitas ob multo majus discrimen inclinationis Eclipticæ ad horizontem. Hic apud nos Romæ harum dierum tanta est inæqualitas, ut tres horas superet, atque inde fit, ut horologium, quod æquabili motu feratur, accurate referre non possit per totum annum nec astronomicas & communes Europæ horas, nec Italicas, sed

ſed accelerari debeat identidem & retardari, vel inde jam promoveri, jam retrahi; ſed hoc incommodum in communi Europæ horologio multi minus eſt, quam in Italico. Hic autem, data occaſione, prætermittenda non eſt ſæpius renovata ab imperitis hominibus controverſia de horologii Italici cum Aſtronomico conſenſu, & de hora meridiei quæ in hoc ſtabilis eſt, in illo variabilis; dierum inæqualitatem non perpendunt hi pertinaciſſimi viri, quod indoctorum hominum vitium eſt, & ab infantia ipſas horas conſiderarunt tanquam certam quamdam & conſtantem menſuram, quæ 24. vicibus repetitam diem compleat. Inde autem fit, ut craſſe errent, & in conciliandis italicis aſtronomicisque horis ſeſe varie implicent. Illud tandem adjiciendum, ſtellarum fixarum regreſſum ad Meridianum, & ad quemvis cœleſtis ſphæræ circulum eodem quam proxime fieri tempore, quo diurna revolutio peragitur; cum ſtellæ proprios motus perquam exiguos habeant, ita ut in ſingulis converſionibus diſcrimen ab æquabili diurni motus intervallo ſenſum omnem penitus effugiat; ſed motus illos deinde explicabimus in Aſtronomia. Explicata temporis æquatio non ſolum adhibetur ab Aſtronomis, ſed etiam ad ordinanda in uſu civili horologia uſurpatur. Hinc intelligitur, qua de cauſa pendulum, quod tempus medium demonſtrat, non conſentiat cum Sole, qui tempus verum indicat, ſed modo citius eat, modo tardius. Eadem de cauſa mirari minime debemus, quod horologia etiam affabre elaborata cum horologiis ſolaribus non conveniant; hinc *Solem dicere falſum* audent Aſtronomi. Hæc

pauca indicasse satis sit; quæ subjecto Tyronum oculis terrestri vel cœlesti globo debent explicari.

III. Horologia pendulis instruere primus omnium docuit Hugenius in opere immortali: *De horologio oscillatorio;* quod quidem præclarissimum inventum eximiam hujus capitis utilitatem satis demonstrat; pauca igitur de horologiorum structura & ex præcedentibus facile colligenda hic adjungam. Pendula horologiis ita communiter aptari solent. Rota, quam vocant *occursus*, horizontaliter volvitur, ac proinde *librator* supra rotam extenditur, ejusque *pinnæ* duæ, quarum plana angulum rectum comprehendere solent, ita denticulis inseruntur, ut pinna altera denticulo impellatur, dum opposita a suo denticulo se eximit; id autem facile obtinetur, si rota numerum imparem denticulorum habeat, & libratoris axis per centrum rotæ transeat. Facilitatis ergo consideremus horologium duabus tantum rotis instructum; prima seu inferior rota 120 denticulos habere ponatur, eaque duas circulationes intra horam fingatur absolvere; hæc ergo æquivalebit rotæ denticulorum 240. Secunda rota habeat rotulam denticulorum 5; dum quinque denticuli majoris rotæ transeunt, unam circulationem secunda rota absolvet. Jam per divisionem inveniendum est, quoties quinarius numerus contineatur in 240, *quotiens* erit 48; quare intra horam secunda rota circulationes 48 absolvet. Ponatur autem, secundam rotam constare 35 denticulis, quorum quilibet duas vibrationes efficit, cum bis libratorem attingat; quare singulis circulationibus efficiet vibrationes 70.

Jam

Jam multiplicetur numerus 70 per 48, habebuntur 3360 vibrationes simplices intra horam. Calculus perinde se habet, si eadem manente rota inferiori 120 denticulorum, mutentur rotula, & secunda rota. Itaque prima rota sit denticulorum 120, quæ duas circulationes intra horam efficiat, ideoque æquivaleat rotæ denticulorum 240; rotula secunda sex habeat denticulos; dividatur numerus 240 per 6, quotiens erit 40; quare secunda rota quadragesies intra horam rotatur; habeat autem denticulos 45; & quia, ut jam dictum est, denticulus quilibet singulis circulationibus bis libratorem attingit, duplicetur is numerus, fientque 90, quæ multiplicentur per 40, & habebuntur vibrationes simplices intra horam 3600, hoc est vibratio quælibet simplex minutum secundum æquabit.

Simili ratione initur calculus pro alio quolibet rotarum numero. Instructum ponatur horologium rotis tribus, quarum prima dentes 112 habeat, secunda rotula dentes 7, rota secunda 60, rotula seu axis tertiæ rotæ habeat denticulos 8, rota occursus 15; hoc modo habebitur vibrationum numerus. Dividatur 112 numerus denticulorum primæ rotæ quæ singulis horis semel circumvolvitur, per 7, nempe axem secundæ rotæ, invenietur rotam secundam intra horam decies sexies circumvolvi; habet autem hæc rota denticulos 60; quare multiplicentur 16 per 60, invenientur 960; ideoque intra horam 960 denticuli rotæ secundæ transeunt, qui numerus dividendus est per 8, axem tertiæ rotæ, quæ proinde 120 circumvolutiones absolvet. Habet autem hæc rota 15 denticulos, qui

qui vibrationes ſimplices 30 perficiunt; quare multiplicentur 30 per 120, invenientur vibrationes ſimplices 3600, quarum una minuto uni ſecundo æquivalebit.

Ex his omnibus intelligitur praxis horologiorum artificibus vulgatiſſima; quærunt ſcilicet numeros, qui exprimunt, quoties numerus dentium rotæ alicujus denticulos rotæ alterius contineat; illos autem numeros *exponentes* vocant. Itaque ex demonſtrata pendulorum doctrina determinari debet numerus vibrationum penduli dati, quo tempore rota aliqua circulationem unam abſolvit; quod quidem facile habetur, cum ſit numerus vibrationum dato tempore peractarum in ratione ſubduplicata inverſa longitudinis penduli. Numerus vibrationum inventus dividatur per 2, quotiens erit productum ex omnibus exponentibus; ſive quod idem eſt, duplum productum ex ſingulis exponentibus æquatur numero vibrationum penduli, durante una rotæ inferioris revolutione, ut ex dictis evidens eſt. Itaque ſi conſtruendum proponatur pendulum aliquod rotis inſtruendum, primo notum eſſe oportet numerum vibrationum penduli, quo tempore rota una ſuam circulationem perficit; tempus illud ponatur unius horæ, pendulumque ad minuta ſecunda ſuas oſcillationes componat, ita ut ſingulæ vibrationes ſint minuti unius ſecundi, ſeu pars $\frac{1}{3600}$ unius horæ. Itaque interea dum rota ſemel circumvolvitur, pendulum abſolvet vibrationes 3600, qui numerus erit duplum productum ex ſingulis exponentibus. Quare ſi exponentes dicantur r, s, t, erit 3600 =

$=$ 2rst, ac proinde 1800 $=$ rst. Quia vero exponentes r, s, t, ſunt quantitates indeterminatæ, patet id effici poſſe, ut nempe rota occurſus eumdem circulationum numerum dato tempore conficiat, mutatis rotarum axiumque dentibus, dummodo productum ex ſingulis exponentibus maneat. E. G. Ponamus horologium pluribus inſtructum rotis, quarum una denticulos habeat 48, dentibus 8 donata ſit rotula, cujus axi affixa ſit rota dentibus 40 inſtructa, habeatque rotula dentes 6, & illius axi inſeratur rota dentium 36, quæ cum rotula dentium 6 connectatur; cum hac rotula jungitur tympanum vel rota occurſus; numerus circulationum rotæ occurſus, intereadum prima rota circulationem unam abſolvit, erit $\frac{48}{8} \times \frac{40}{6} \times \frac{36}{6} = 240$; Si autem alii adhibeantur numeri $\frac{64}{10} \times \frac{50}{8} \times \frac{36}{10} = 240$, alia prodit rotarum ſeries priori æquivalens. Ex his paucis derivari poſſunt plurima ad praxim utiliſſima. Cæterum unuſquiſque facile intelligit, explicatam rotarum combinationem non ſolum valere in majoribus horologiis pondere appenſo ſollicitatis, ſed etiam in horologiis portatilibus, quæ elaſtro aliquo moderantur. Hæc autem omnia ſubjecto auditorum oculis horologio exponi debent.

CA-

CAPUT II.

De extenſione & reliquis inde pendentibus corporum proprietatibus.

SUB duplici ratione conſiderari poteſt extenſio, vel quatenus eſt *ſenſibilis*, ſeu *phyſica*; vel quatenus eſt notio *abſtracta*, ſeu *metaphyſica*. Extenſio primo modo conſiderata eſt effectus certa corporum actione in organis corporeis productus, quo fit ut corporum ſuperficies tactu percurſæ, plures a ſe invicem diverſas partes ſeu varias partium diſtantias nobis repræſentent. Extenſio conſiderata quatenus eſt notio *abſtracta*, eſt ipſa notio materiæ a qualitatibus ſenſibilibus, & quibuſcumque limitibus per mentem ſeparatæ. Hæc altera extenſionis ſpecies ad Metaphyſicam proprie pertinent, & ſpatii *imaginarii* nomine generatim venire ſolet. Si autem ſpatium undequaque expanſum certis corporum diſtantiis, atque intervallis reſtringamus & limitemus, ſpatium illud determinatum dicitur *vacuum*. Itaque duplex extenſio rurſus intelligi poteſt *penetrabilis* & *impenetrabilis*. Extenſio penetrabilis ſeu vacuum, illa eſt quæ corpora admittit; impenetrabilis autem vel *ſoliditas*, quæ corpora excludit. Evidens autem eſt *figuram* nihil aliud eſſe, quam diverſam partium extenſionem diverſumque ordinem, ac proinde id idem caput referri poteſt corporum *figurabilitas*. Quare totum caput illud in quatuor articulos dividemus. 1. Erit de extenſione penetrabili. 2. De impenetrabili. In 3. de corporum figurabilitate diſſeremus. In 4. tandem explicatis

catis octo universalibus corporum proprietatibus, de corporis natura ultimum articulum adjungemus.

ARTICULUS I.

De extensione penetrabili.

I. CErtissimum est nullam extensionis etiam penetrabilis notionem sine corporum interventu, sine tactu & motu nos acquirere. Etenim fingamus hominem sensuum omnium facultatibus præditum, qui tactus organum in unicam dumtaxat materiæ portionem sine ullo motu exercuerit, extensionis notione careret talis homo, eamque acquirere inciperet, ubi primum moveretur. Et re quidem ipsa, corporis alicujus extensionem non cognoscimus, nisi tactus organo ipsam corporis superficiem continue & successive percurramus. Neque satis est, ipsam corporis superficiem moveri, interim quiescente organo, ipsum quoque organum moveri necessum est. Etenim per motum extra propriam existentiam, ut ita dicam, erumpimus, objecta externa agnoscimus, illorum dimensiones, distantias novimus. Ad extensionis notionem ita necessario pertinet motus, ut existente etiam unica atomo extensionis notionem possemus acquirere, si tactus organum moveretur, & successive ab illa atomo in diversis punctis afficeretur; etenim organi motus, & *impressionis successivæ* continuitas ipsam atomum veluti multiplicant atque extendunt.

Re quidem vera extensionis sensatio per visus organum nobis etiam advenit, oculus am-

ampliſſimum ſpatium, ad quod tactus non pervenit, longe lateque amplectitur, inſtrumentorum ope maximas etiam objectorum diſtantias metitur. Verum id fieri non poteſt, niſi oculus tactu fuerit edoctus, quod quidem demonſtrat exemplum cæci nati, qui ablata cataracta oculorum uſum acquiſivit. Hanc hiſtoriam narravimus & explicavimus in Metaphyſica, ubi de extenſionis & ſpatii notione plura tradidimus. Id ergo compertum eſt, ſine tactus exercitio nullum de objectorum dimenſionibus, formis, diſtantiis, extenſione fieri poſſe judicium. Neque extenſionis ideam formare quis poſſet, etiamſi objectorum imagines in fundo oculi delineatas moveri fingamus; hi enim apparentes motus ſimplici *ſucceſſionis* notioni originem præberent, non ſecùs ac faceret tonorum vel odorum ſeries, quæ ſucceſſive auditus vel olfactus organa afficeret; ſed nulla motus realis, ac proinde & extenſionis notio naſci poſſet. At tactus organum in ipſam materiam immediate agit, dimenſiones, formaſque corporum ſentit, & quamdam experitur reſiſtentiam, quam ad aliquid extra nos exiſtens referre cogimur.

II. Quamvis extenſionis notio ex ipſa corporum exiſtentia ducat originem, immerito tamen inde colligeretur, nullam eſſe extenſionem corpore vacuam, ſeu penetrabilem. Hac de re magno animorum æſtu in ſcholis diſputatur. Vacui exiſtentiam negabant Peripatetici, poſſibilitatem negant Carteſiani. Ab utraque tamen Philoſophorum ſecta longe differunt Leibnitiani, qui nullam *realem* extenſionem admittunt, ſed extenſionem quamlibet velut merum *phænomenon*, rerum-

que

que coexistentium ordinem arbitrantur. Hanc opinionem, quam in Metaphysica jam explicavimus, variis in locis opportune revocabimus. Porro licet sensuum testimonio circa hanc quaestionem nihil omnino definiri possit, vacuum tamen existere ostendunt rationes validissimae. Ad praesentem articulum pertinent conclusiones duae.

CONCLUSIO I.

VALIDISSIMIS RATIONIBUS PROBATUR VACUUM.

I. Fingamus, nullum existere vacuum; corpora omnia sunt aequaliter plena, seu eamdem materiae quantitatem continent sub eodem volumine, quod quidem fateri coguntur, qui vacuum negant. Demonstravimus autem, pondera quantitatibus materiae portionalia esse; igitur sub eodem volumine idem pondus habent corpora singula, quae proinde forent ejusdem gravitatis specificae; sed absurdum est, aurum, levissimamque plumam ejusdem dici gravitatis specificae; diversissimas corporum gravitates specificas, ideoque & vacuum demonstrant experimenta.

II. In Physica notissimum est jam antea a nobis descriptum experimentum, quo nempe corpus quodlibet in vacuo Boyliano aequalibus temporibus aequalia spatia percurrit, sive idem corpus in amplissimum volumen extendatur, sive in angustissimum redigatur. Illud vero experimentum demonstrat, non solum aerem hauriri, sed etiam illius loco nullum aliud fluidum succedere. Etenim

quo-

quodcumque sit fluidum illud; quo major est corporis superficies, eo plures fluidi particulæ corpori descendenti resistunt, ac proinde corpus, mutata utcunque superficie, eadem non descenderet velocitate; imo corpora sibi libere relicta per aerem non descenderent; aer enim foret ejusdem gravitatis specificæ cum corpore immerso, quod proinde aeri innataret. Hujus argumenti vis tota intelligetur, explicata deinde fluidorum doctrina: interim vero experimentis compertum habeatur, idem corpus majori, vel minori volumine donatum per idem fluidum eadem velocitate non descendere; imo quiescere, si eamdem cum fluido habeat gravitatem specificam.

III. Demonstravit Newtonus, motum globi intra fluidum æque densum delati, ob ipsam fluidi resistentiam totum amitti eo tempore, quo globus percurreret $\frac{8}{3}$ diametri suæ partes. Hæc quidem demonstratio ad difficiliorem fluidorum doctrinam pertinet; interim tamen evidens est, & experientia compertum, fluida densissima corporum motibus maxime resistere. At si nullum admittatur vacuum, jam fluida omnia talem habent densitatem, qua nulla major esse possit. Itaque a multis retro sæculis perturbatus, atque extinctus omnino fuisset globorum cœlestium motus, qui tamen certa, perpetuaque periodo absolvitur. Alia quidem plurima afferri solent argumenta, sed hæc pauca omnium validissima seligere satis sit, ex quibus tandem sic concludere licet. Admittendum est vacuum, quod experimenta, phæ-

nome-

nomenaque cœlestia demonstrant; atqui &c. Ergo.

Objic. Admittere non repugnat fluidum aliquod subtilissimum, quod corporum omnium poros libere permeet, quod proinde in *campanam pneumaticam*, extracto aere, succedat, nullumque vacuum permittat. Neque etiam repugnat, fluidum illud esse omnis gravitatis expers. Etenim quid prohibet, fluidum aliquod concipi sine conatu, vel *tendentia* ad centrum terræ? Hanc vim in subtilissimis flammæ, lucisque particulis minime observamus. Hinc Cartesiani ita argumentantur: ad demonstrandum vacuum diversam corporum gravitatem specificam maxime jactant, qui vacuum admittunt; atqui in prædicta hypothesi ratio illa evanescit omnino; ergo &c. .... Resp. C. Maj. D. Min. Talis hypothesis fictitia omnino est, & philosophandi regulis contraria C. hypothesis illa philosophica est, & philosophandi regulis consentanea. N. Quare N. Cons. Commentitium illud fluidum e cultiori Physica proscribendum esse, jam demonstravimus, ubi sermo fuit de vorticibus Cartesianis. Et re quidem ipsa hujus argumenti pondus gravissimum ita senserunt recentiores Cartesianæ hypotheseos reformatores, ut vacuum admittere non dubitaverint. Quod spectat flammæ, lucisque materiam, tantilla est illarum gravitas, ut nullo experimento conspicua esse possit, omnemque Physicorum diligentiam longe fugiat. Hæc autem levitas, quæ *relativa* est duntaxat, nostræ conclusionis veritatem apprime confirmat; inde enim evincitur, lucis particulas nihil fere materiæ continere, ac

proin-

proinde & vacuum existere. Id rursus facili ratiocinatione intelligere licebit. Tanta est radiorum solarium velocitas, ut totum illud vastissimum spatium, quod Solem inter, nostrumque globum expanditur, brevissimo septem, vel octo minutorum intervallo percurrat; quod quidem demonstrant suo deinde loco referendæ observationes astronomicæ. Jam vero fingamus, minimam materiæ portionem, quæ sub experimentis cadere possit, in delicatulum visionis organum tanta, & fere immensa velocitate incurrere, unico ictu solverentur omnino delicatissimæ oculorum partes & in pulverem redigerentur: recordandum enim est, vires corporum esse, ut productum ex quantitate materiæ in velocitatem, aut in quadratum velocitatis. Quare cum ex perpetuo radiorum solarium fluxu offensionem nullam patiantur oculi; hinc patet exiguam omnino esse, & fere nullam in radiis solaribus materiæ quantitatem. Id vero magis, ac magis manifestum fiet comparatione instituta cum minimis globulis vi pulveris pyrii explosis, quorum tanta vis est, ut non solum homines, sed urbium quoque muros disjicere, & solo æquare valeant. Tandem fatendum est, nulla severa demonstratione ostendi posse talis fluidi impossibilitatem, cum ignota nobis sit intima corporum natura. Verum in hisce dumtaxat proprietates consideramus, illasque ad humanæ societatis utilitatem transferre conamur. Quare etiamsi tale fluidum liberalius concedamus, quod tamen philosophandi legibus repugnat, nobis perinde est, ac si nullatenus existeret; ideoque de hoc inutilissimo fluido nihil curare debent Physici, qui

mul-

multa scirent utilia, si non discerent supe flua.

Inst. 1. Ad explicandam motuum cœlestium perpetuitatem atque constantiam, radiorum solarium exemplo iterum utuntur Cartesiani. Et quidem solares radii sine ullo impedimento, sine perturbatione ulla se se mutuo decussant, & secundum qualibet directionem intersecant. Fingamus ergo, planetas in simili fluido deferri, jam nullam resistentiam patientur; ponamus nempe, fluidi cœlestis particulas omni tenacitate & inertia esse destitutas, nullum errorem experientur cœlestes motus, ideoque evanescit alterum vacui argumentum. Unde sic argumentantur: non repugnat hypothesis illa quæ radiorum solarium exemplo confirmatur; atqui &c. Ergo . . . Resp. N. Min. Ad illam objectionem eadem fere est, quæ ad præcedentem, responsio. Etenim quod solares radii sine ulla perturbatione sese mutuo trajiciant, id repetendum est ex illorum incredibili fere subtilitate & materiæ quantitate fere infinite parva. Hæc ergo summa radiorum mobilitas & directionis cujuscumque facilitas ipsum vacuum demonstrant. In hac objectione fingitur fluidum omni inertia & partium tenacitate destitutum; quod quidem fingere non minus absurdum est & philosophandi regulis contrarium, quam corpus aliquod gravitate spoliare.

Inst. 2. Non repugnat extensionem merum esse phænomenon, nullamque extensionem revera existere. Leibnitianam hac de re hypothesim in Metaphysica jam explicavimus: si nempe res plures tales sint, ut diversas in organis sensoriis impressiones, di-

diversasque in nobis excitent ideas; jam res illas consideramus tanquam plures, ideoque extra se invicem existentes. Ex illa diversitatis notione per sensus & maxime per organum tactus acquisita nascitur notio extensionis. Pari modo quod corpus determinatam repræsentet figuram, magnitudinem, motum, id fit non quod res ita se habeat, sed nihil aliud significatur nisi corpus tale esse, ut illas nobis excitet ideas quas experimur. Unde sic argumentari licet: nullum existit vacuum, si extensio merum sit phænomenon; atqui hæc hypothesis non repugnat, cum nos lateat intima rerum natura; ergo &c. . . . Resp. D. Maj. Si extensio *sensibilis* merum sit phænomenon, hoc est, si mere *idealis* sit, nihilque *realitatis* extra mentem hebeat, C. Maj. Si extensio merum sit phænomenon, hoc est, si nihil *substantialitatis* habeat, non sit tamen merum nihil, N. Maj. D. Min. N. C. Brevius explicari debet hæc objectio, quæ deinde in meliori lumine collocabitur, ubi sermo erit de corporis natura. Cartesiani dividunt corporum proprietates in *absolutas*, seu *primitivas*, & in *relativas*, seu *secundarias*. Proprietates absolutas dicunt illas, quæ ad tactum pertinent, extensionem imprimis & soliditatem; reliquas vero, quales sunt odores, colores, sapores, soni &c. relativas appellant. Arbitrantur nimirum, proprietates absolutas eo modo in corporibus existere, quo nobis repræsentantur. At proprietates relativas tales esse, affirmant, ut certam ad nostras ideas habeant relationem, vi cujus tales ideas constanti lege in nobis excitant, ita ut tamen res longe aliter se habeat, ac nobis

nobis apparet. Verum alii subtiliores Metaphysici omnes omnino corporum proprietates æque relativas esse existimant, ignotam prorsus nobis esse intimam corporis naturam asserunt, nullamque proinde afferri posse accuratam definitionem, sed a nostro dumtaxat cognoscendi modo desumptam. Quod ut intelligatur, diligenter notandum est, ideas nostras proprietatibus illis similes omnino esse non posse, ut externæ hominis figuræ pictura est similis; nam horum utrumque & substantiale est & æque materiale; at idea ad mentem pertinet, nihilque substantiale aut materiale habet, quale est ideæ objectum; quare hoc similitudinis genus ne in ideis quidem per tactus organum excitatis haberi potest. Deinde notandum est, talem in omnibus ideis ad objecta ipsa haberi relationem, ut ab iisdem objectis eodem modo applicatis eædem in nostra mente excitentur ideæ; quod quidem in nostris institutionibus metaphysicis fuse explicavimus. Itaque Philosophi illi nullum inter sensibiles corporum qualitates statuunt discrimen, easque considerant tantum velut actionem, quam corpora certis legibus in sensuum nostrorum organa exercent, ex qua sensatione certa idea in mente excitatur. Sed quidquid sit de variis illis Philosophorum placitis ad examen deinde revocandis, interim evidens est, hanc objectionem nostræ conclusioni minime contrariam esse, si probe recordemur cultioris Physices scopum; consideramus nempe sensibiles corporum qualitates, quatenus sunt effectus ad nos & humanæ societatis utilitatum referendi. Porro manifestum est, in hoc sensu negari non posse extensionem, *sensibi-*

lem ſcilicet, quidquid ſit de extenſionis natura; ſed *noſtrum non eſt tantas componere lites*. At obſervandum eſt cum *Idealiſtis* confundi non debere Philoſophos, qui extenſionem velut phænomenon habent. Et quidem Idealiſtæ corpora exiſtere negabant, noſtraſque omnes ſenſationes perpetuum errorem eſſe ſomniabant. Ab hac autem inſania, quam in Metaphyſica confutavimus, longe abſunt prædicti Philoſophi, qui corpora exiſtere admittunt, & ex ipſa partium coexiſtentia extenſionis notionem oriri, affirmant. Eodem nimirum ſenſu extenſionem phænomenon appellant, quo color phænomenon dici ſolet. In hac hypotheſi evaneſcere, & ſubmoveri omnino videtur tota de *vacuo* & *pleno* controverſia. Cūm enim ex ſpatii & extenſionis notione hæc quæſtio originem habeat, tota huc revocatur, an ſcilicet extenſio & ſpatium ſint realitates quæ aliquid ſubſtantialitatis habeant, an vero in ſimplici partium coexiſtentium ordine conſiſtant. Si quæſtio ita explicetur, jam tota cadit; cum plenum & vacuum mera ſint phænomena. Itaque inveſtigari non debet, utrum exiſtat plenum aut vacuum, ſed potius inſtituenda eſt quæſtio, an per phænomenon vacui aut per phænomenon pleni naturam nobis poſſimus repræſentare. Imo cum hic agatur de natura, non prout eſt in ſe, ſed quatenus nobis apparet; non repugnat, vacui & pleni phænomena ſimul exiſtere, ſi non in eodem caſu, ſaltem in caſibus diverſis. Et re quidem ipſa pari jure nobis repræſentare licet extenſionem ex partibus *ſimilaribus* & ſine ulla vi compoſitam, vel conſtantem ex partibus diſſimilaribus & vi aliqua præ-
di-

ditam. In primo casu leibnitiani vacui, in altero autem pleni notionem formamus. Hæc autem explicatio conferri debet cum iis quæ de spatio & extensione diximus in Metaphysica. Cæterum hæc omnia, quæ incautis nullisque attentionis hominibus frivola videri possent, utilissima tamen esse atque gravissima in appendice demonstrabimus.

Inst. 3. Si vacuum existere fingamus, jam nulla est ratio, cur corpora hunc vel illum locum occuparent; cum enim similares sint atque uniformes singulæ spatii partes, sine ulla ratione sufficiente ad Orientem vel Occidentem locata fuissent corpora, atque hinc in hypothesi vacui creationis impossibilitatem arguunt Leibnitiani, cum Deus sine ratione nil facere possit. Unde sic argumentantur: admittenda non est opinio illa, quæ receptissimo rationis sufficientis principio repugnat; atqui &c. Ergo... Resp. N. Maj. In effectibus materialibus admittendum quidem esse rationis sufficientis principium ostendimus in Metaphysica; at in effectibus liberis locum habere non posse, ibidem demonstravimus. Porro creatio mundi pendet ab omnipotenti Dei voluntate quæ est suprema & ultima rerum creatarum ratio. Itaque principium illud in effectibus liberis etiam humanis rejiciendum omnino est; imo in effectibus etiam materialibus parce admodum adhiberi debet; neque tantam, quam Leibnitiani prædicant, utilitatem habere potest; cum enim nos ut plurimum lateat rerum sufficiens ratio, firmissima non sunt argumenta, quæ ex ratione sufficiente desumi solent. Principium istud adversus nostram conclusionem minime valere certissimum est;

dum enim vacuum admittimus, de ſpatii natura nobis prorſus ignota nihil pronuntiare audemus, atque ſatis nobis eſt rejicere *plenum Carteſianum*, neque aliquid affirmare volumus de obſcuriſſima controverſia, an plenum & vacuum pro phænomenis haberi debeant, ut explicavimus in præcedenti reſponſione. Igitur probe obſervandum eſt diſcrimen inter hypotheſim Carteſianam & Leibnitianam; hæc ultima tum plenum, tum vacuum ut mera phænomena judicat, neque hæc opinio iiſdem laborat difficultatibus quibus obnoxia eſt Carteſiana hypotheſis. Ita adverſus plenum Carteſianum objici ſolet motus impoſſibilitas, cujus quidem objectionis non tanta eſt vis quanta in vulgaribus Phyſicorum libris jactatur; at in Leibnitiana hypotheſi nulla eſt omnino. Dum enim dicunt Leibnitiani, corpus aliquod data velocitate datum ſpatium percurrere, motus & ſpatii nomine non intelligunt realitatem aliquam in rebus exiſtentem, ſed dumtaxat ideam confuſam, quam mobilis perceptio diverſuſque coexiſtentiæ ordo in anima producunt. Hoc modo interpretandum eſſe ajunt celebratiſſimum Zenonis argumentum de Achille & Teſtudine. Et quidem minus veriſimile exiſtimant eo inſaniæ unquam deveniſſe aliquem, ut motum, prout eſt phænomenon, negatum potuerit, eumque a Zenone negatum fuiſſe opinantur in eo dumtaxat ſenſu, quod notiones ſpatii, loci, temporis motuſque ſenſibilis velut imaginarias habuerit. Cæterum tantum abeſt ut ex hac rerum phyſicarum obſcuritate tantaque opinionum varietate aliquid utilitatis præclariſſimæ huic ſcientiæ detrahi poſſit; quin contra

tra hinc derivari possint utilitates maximæ, quas in appendice demonstrabimus.

CONCLUSIO II.

CORPORA OMNIA INNUMERIS PORIS PERTUSA ESSE DEMONSTRATUR.

I. Corpora omnia etiam ponderosissima infinitis propemodum poris seu foraminibus cribata esse, manifestum est exemplo crystalli. Nulla in crystalli superficie assignari potest pars vel minima quæ non sit eximie pellucida. Hæc autem pelluciditas summa intelligi nequaquam potest, nisi ad opposita superficierum puncta radiis lucis pateat facilis transitus. Hinc evidens est crystallum non solum innumeris poris scatere, sed nihil fere materiæ omnino solidæ continere. Inde autem ad examen revocari potest auri porositas; notum enim est experimentis, pondus auri esse ad pondus crystalli sub eodem volumine ut 8 ad 1; quare quantitas materiæ in auro est ad quantitatem materiæ in crystallo ut 8 ad 1, ideoque aurum licet sit corporum omnium quæ nobis nota sunt, ponderosissimum, nihil fere habet materiæ, ac proinde infinitis propemodum poris pertusum est. Et quidem si aurum redigamus in tenues lamellas easque microscopio contemplemur, non solum apparent pellucidæ, sed variis modis implexæ innumerisque meatibus hiantes observantur. Simili ratione argumentando a *fortiori*, ut dicunt, demonstratur multo magis porosa esse corpora alia.

II. Præcedens demonstratio satis quidem esset; sed afferre non abs re erit experimen-

ta nonnulla quæ utilissima esse possunt. Durissima etiam marmora a fluidis plurimis penetrantur, a spiritu vini, a spiritu terebinthinæ. Parare docuit clariss. Dufaius in Mon. Paris. ann. 1728 & 1732 liquores plurimos, qui compactissimos quoque lapides facile pervadunt suaque relinquunt vestigia. Hinc si liquores illi variis tingantur coloribus, atque in aliqua superficie ducantur lineamenta, per varia lapidis strata ad oppositam usque superficiem liquorum vi transmitti poterit, imago quælibet suis picta coloribus. Notissima est Physicis perspiratio insensibilis quæ a primo observatore Sanctorio, nomen *Sanctorianæ* retinuit; ex octo alimentorum libris quas aliquis uno die sumeret, quinque circiter hic apud nos, ætate vegeta, vita commoda, victu moderato, per transpirationem elabuntur; hujus tamen transpirationis copia major vel minor est pro regionum varietate diversaque cœli temperie. Omnium animalium cutis scatet vasis innumeris, quorum aliqua *absorbentia*, alia *exhalantia* vocantur; Hæc vascula quæ sub squamulis *epidermidis* oblique patent, tantæ sunt subtilitatis ut computante Leenvvenhockio in spatio unius arenæ globulo non majori hient, plusquam 125000 hujusmodi meatus. Hi, *absorbentes* scilicet, subtilissimis particulis ingressum; isti autem, nempe *exhalantes*, exitum permittunt. Ex hac corporis humani porositate intelligitur balneorum usus, per totam corporis superficiem introductis aquæ particulis ad sanguinem usque, cujus moleculas nimium cohærentes dividunt, & ad circulationem faciliores reddunt. Hæc summa porositas in arboribus plantisque omnibus obser-

servatur; vegetabilia omnia e terræ gremio per poros suos succum nutritium hauriunt & per totam substantiam quaquaversum propagant. Legenda sunt pulcherrima hac de re experimenta quæ habuit clariss. Halesius in *Statica vegetabilium*.

Neque prætermittenda est ovorum porositas, ex qua trahi potest utilitas non exigua. In suprema ovi recens exclusi superficie videre est substantiam quamdam lacteam; hæc autem progressu temporis evanescit per ipsos corticis poros elapsa, atque hinc ova nutritioni minus fiunt idonea, & tandem corruptioni obnoxia. Ut autem hæc materia servetur integra ovaque a putredine liberentur, hoc remedium excogitavit Reaumurius. Ovi putamen adipe ovina, vel etiam *vernice*, ut vocant, facta ex spiritu vini, ex omni parte imbuunt; hoc artificio materiæ lacteæ exitus præcluditur, & ova per plures menses integra servari possunt, non secus ac si recens fuerint exclusa; quod quidem in longinquis navigationibus in primis utile esse potest.

In vulgaribus Physices institutionibus describitur atramentum quod *simpaticum* vocant. Hoc autem modo parari solet. Lythargyri uncia una sumatur, quæ cum aceti distillati unciis quinque vel sex misceatur; ubi autem acetum lythargyro probe saturum est, illud per chartam de more percoletur. Hoc liquore qui *acetum saturni* a Chymicis appellatur, utendum est ad exarandos characteres, quos non magis conspicies quam si aqua scripseris; verum si adhibeatur liquor alius mox dicendo artificio comparandus, jam characteres pulchre fiunt conspi-

 cui.

cui. Itaque capiatur auripigmenti unica una, quæ cum calcis vivæ unciis duabus misceatur, mixturæ immittatur aqua, habebitur liquor alter, quo imbuenda est charta aliqua characteribus antea descriptis imposita, centum etiam interpositis chartarum foliis; statim hujus liquoris particulæ multa permeant chartæ folia, & characteres qui antea oculos fugiebant, præclare nigros legemus atque mirabimur.

Ex descriptis experimentis patet, innumeris poris pertusa esse dura cujuslibet speciei corpora; unum dumtaxat in corporis fluidis experimentum afferre satis erit. Fluidorum porositas inde facile colligitur, quod fluida quædam se invicem imbibant. Si intra tubum in quo oleum vitrioli continetur, certa infunditur aquæ quantitas & voluminа respectiva notentur, mixtione facta atque fermentatione sedata, volumen invenitur justo minus. In aliis mixtionibus plurimis idem se expertum fuisse testatur Muskembroekius; sed generatim fluidorum omnium porositas ex diversa eorum gravitate specifica facile patet. Itaque ex his omnibus sic concluditur: admittenda est summa illa corporum porositas, quam capta in omni corporum genere experimenta demonstrant; atqui &c. Ergo.

Objic. Si corpora omnia innumeris poris pertusa sunt, jam absoluta corporum pondera non cognoscimus; ignota enim est materiæ quantitas, ac proinde & ignotum pondus quod materiæ quantitati proportionale est: atqui id repugnare videtur. Ergo &c.... Resp. C. Maj. N. Min. Nullum invenir potest corpus perfecte solidum, quod quidem

dem si invenire liceret, jam innotesceret quantitas materiæ in singulis corporibus, illorumque, proinde pondus absolutum, conferendo scilicet datam aliquam materiæ portionem cum pari volumine diversorum corporum. Quamobrem cum tali corpore perfecte solido careamus, superfluis conjecturis indulgent otiosi Philosophi, qui fictitiis hypothesibus materiæ quantitatem determinare conantur; imo totum hoc universum ex materiæ quantitate valde exigua constare probabilissimum est, & præjudicatas hac de re vulgi opiniones demonstrabimus, ubi sermo erit materiæ subtilitate....

Inst. I. Si tanta sit corporum porositas, in errorem nos perpetuo inducerent sensuum organa, falsisque sensationibus nos perpetuo deciperet Deus; atqui hæc illusio divinæ veracitati repugnat: Ergo.... Resp. N. Maj. Plurimæ sensuum fallaciæ per ratiocinationem philosophicam ad examen revocari atque emendari possunt, nec sensibus temere credendum est: *Non est judicium veritatis in sensibus*; inquit S. Augustinus. Itaque Deus ad sensuum errorem nos minime cogit. Præterea superbissimos sese ostendunt Philosophi, qui humanas cognitiones ultra justos limites longius extendunt; pauca admodum novimus in rebus philosophicis; atque in hac cognitionum nostrarum imbecillitate non violatur divina veracitas, sed contra maxime commendatur optimi numinis infinita bonitas, cui placuit eas tantum hominibus concedere cognitiones, quæ ad justas vitæ hujus utilitates, & ad finem ultimum, vitam scilicet æternam perducere possunt.

Inst. II. Si corpora tot poris pertusa sint, jam per omnium corporum poros perpetua effluerent corpuscula, per ipsos quoque corporis humani poros necessaria ad vitam fluida erumperent; atqui hæc perpetua effluvia repugnant omnino. Ergo &c. Resp. N. Min. Re quidem vera ex singulis corporibus perpetua exeunt effluvia, quæ quidem ponderis jacturam aliquando demonstrant, interdum autem nullam, pro varia effluviorum subtilitate. Hanc effluviorum tenuitatem fere incredibilem ostendunt corpora odorifera, quæ per plures annos, absque ullo quod observationibus & experimentis conspicuum esse possit, ponderis detrimento, subtilissimas emittunt particulas, quibus organi olfactorii papillas pungi atque vellicari necessum est. Quod autem per corporis humani poros necessaria ad vivendum fluida non erumpant, id repetendum est ex diversa fluidorum pororumque figura, cujus eam oportuit esse varietatem, ut in sani corporis statu necessariis fluidis exitum prohiberet. Itaque rursus semperque laudanda est divina bonitas, quæ admirabilem corporis nostri structuram ita composuit ut vivere possemus, & quantum ipse Deus vellet, viveremus, ad immortalem vitam deinde transituri.

ARTICULUS II.

De extensione impenetrabili.

I. IMpenetrabilitatem jam definivimus eam corporis proprietatem, qua fit, ut singula corpora omnibus aliis corporibus undequaque prementibus resistant, & quandiu ali-

aliquem occupant locum, corpora alia ab eodem loco excludant. Porro hic sermonem habemus de impenetrabilitate *sensibili*, qualem per contactum sese manifestat. Non desunt quidem doctissimi viri, qui nullam accuratam continuitatem, aut soliditatem admittunt; omnemque contactum immediatum excludunt. Censent ergo materiam omnem & corpora constare punctis prorsus indivisibilibus & inextensis, quæ puncta semper a se invicem distent aliquo intervallo quod imminui quidem possit in infinitum, sed non possit auferri sine punctorum penetratione; putant scilicet puncta illa prædita esse quibusdam viribus, quas *repulsivas* appellant; vires nempe illæ imminutis in infinitum distantiis augentur in infinitum, ac proinde puncta in minimis distantiis cogunt a se invicem recedere, donec tandem in certa distantia adhuc tamen minima nullæ sint, tum directionem mutent, & mutato nomine dicantur attractivæ. In hac igitur hypothesi punctorum vires crescunt atque decrescunt, mutataque directione migrant ex attractivis in repulsivas & contra. Illa tamen puncta viribus attractivis & repulsivis donata firmissimas possunt massas constituere, ubi nempe posita sunt in iis a se invicem distantiis, in quibus imminuta vel tantisper distantia ingens habetur vis repulsiva, distantia autem aucta ingens habetur vis attractiva. Itaque ex harum virium natura oritur impenetrabilitas, non ex immediuto contactu. Porro quamvis in hac opinione nullus sit contactus immediatus, existit tamen contactus physicus & sensibilis; tantillæ e-

nim ſunt punctorum diſtantiæ, ut omnem ſenſuum ſubtilitatem longe fugiant. De hoc argumento iterum oblata occaſione breviter nobis dicendum erit; quia vero minima punctorum intervalla ſub ſenſus non cadunt; res omnes perinde ſe habent quoad effectus phyſicos quos quidem in noſtris inſtitutionibus unice conſiderandos nobis proponimus; hinc de impenetrabilitate ſenſibili & phyſica dumtaxat hic ſermo eſt.

II. Hanc impenetrabilitatis ſeu ſoliditatis ſpeciem perpetuo experimur; ſive enim quieſcamus, ſive moveamur, continuo deprehendimus alia corpora, quibus noſtrum corpus innititur, reſiſtere, & reſiſtendo impedire, ne telluris ſuperficiem profundius penetremus. Dum quotidiana neceſſitate corpora contrectare cogimur, reſiſtentiam manu ſentimus, atque ex hac reſiſtentia originem habent explicatæ antea conflictuum leges. Hæc proprietas corporibus omnibus competit, ſive fluida ſint, ſive firma, ſive dura & fixa, ſeu mollia & facile mobilia; fluida enim in vaſculis concluſa atque compreſſa reſiſtentiam oſtendunt, ne quidem excepto aere fluido tenuiſſimo. Quamobrem licet ſenſu tactus illam non deprehendamus reſiſtentiam, niſi in materiæ partibus, quæ poſſunt tactus organum afficere; tamen, per analogiam naturæ, hanc eamdem reſiſtendi vim ad corpora ſubtiliora ſenſibus impervia transferre licet. Cæterum patet, hanc corporum proprietatem cum vi inertiæ conjunctam eſſe, & ex ea pendere: atque hinc intelligitur ratio, cur præter vulgarem conſuetudinem ultimo loco tractatum ſit de extenſione impenetra-

netrabili, atque etiam de penetrabili, cujus notionem ex ipsa impenetrabilitate haurimus atque derivamus.

III. Ex hactenus explicatis manifestum est, impenetrabilitatem sive soliditatem a corporum duritie longe distinguendam esse, quod quidem non satis accurate præstiterunt aliqui. Et quidem durities est firma quædam partium connexio saltem *sensibilis*, qua fit ut partes illæ ægre divelli possint, & molem quamdam constituant, cujus figura difficulter mutatur. At soliditas, de qua hic agimus, mollioribus durisque corporibus competit. Nec confundi debet soliditas geometrica cum soliditate physica. His gradibus progrediuntur Geometræ. Corpora primum considerant simul cum sensibilibus eorum proprietatibus a quibus deinde abstrahunt, & tandem corpora velut quamdam extensionis penetrabilis, divisibilis, & figuratæ portionem contemplantur. Itaque corpus geometricum nihil est aliud, quam extensionis pars aliqua undequaque terminata. Tres hujus extensionis dimensiones generali velut prospectu primum spectamus; verum ad facilius determinandas proprietates singulas, unicam deinde separamus dimensionem, longitudinem scilicet, alteram postea adjungimus, nempe latitudinem & superficiem consideramus, tandem tres dimensiones simul, hoc est, totam soliditatem complectimur. Hinc facile refellitur duplex censorum genus. Alii sunt Sceptici, qui inconcussa Matheseos theoremata labefactare conantur, eaque falsis hypothesibus, commentitiis nempe lineis & superficiebus innixa esse obganniunt. Alii sunt imperiti quidam Physici,

qui veritates geometricas velut ſuperfluis abſtractionibus fundatas faſtidioſe traducunt. Ad hunc ipſum articulum referri poteſt celeberrima in ſcholis controverſia de extenſionis diviſibilitate in infinitum; hæc quæſtio nobis videtur *logomachia* aliqua laborare; quod quidem in diſputationibus plurimis perſæpe contingit. Dum diſputant Philoſophi de extenſionis diviſibilitate, vel rem intelligunt de extenſione *abſtracta & geometrica*, vel de extenſione *phyſica*, & de qualibet materiæ portione. Rurſus autem diviſibilitas illa vel eſt *geometrica*, hoc eſt, in qualibet extenſione concipi poſſunt & revera exiſtunt partes numero infinitæ, vel diviſibilitas illa eſt *phyſica* & *actualis*, ita ut extenſio quælibet in infinitum dividi poſſit. Hic eſt celeberrimæ quæſtionis ſtatus, jam partes ſingulas explicabimus.

IV. Phyſicam & actualem extenſionis diviſibilitatem in infinitum locum habere non poſſe evidens eſt; cum experimentis certiſſimum ſit poſt certum diviſionum numerum ſenſibus noſtris evaneſcere omnino extenſionis phœnomena, ita ut ſubtiliſſimis etiam organis ſeſe ſubducat. Si quæſtio ſit de extenſione phyſica & de qualibet materiæ portione, jam tota res pendet ex philoſophicis litibus, quæ adhuc ſunt ſub judice. Etenim cum ignota nobis ſit intima corporum natura, certo aſſerere non poſſumus corpora ex ſimpliciſſimis inextenſiſque particulis eſſe compoſita; in hac autem opinione manifeſtum eſt, materiam non eſſe in infinitum diviſibilem. At ſi eam teneamus aliorum Philoſophorum ſententiam; quæ materiæ portionem quamlibet etiam minimam velut con-

continuam

tinuam & extenſam admittit; jam certum eſt, materiam eſſe in infinitum geometrice diviſibilem. Itaque tota quæſtio pendet ex corporis natura, quam quidem in ultimo Phyſices articulo, quantum patitur rei obſcuritas, meditabimur, noſtramque ignorantiam fateri non dubitabimus. Interim ſit

CONCLUSIO.

EXTENSIO QUÆLIBET IN INFINITUM GEOMETRICE DIVISIBILIS DEMONSTRATUR.

I. Extenſio quælibet geometrice conſiderata nullas habet partes determinatas; cum enim tota extenſionis geometricæ notio in ſola partium coexiſtentium conjunctione poſita ſit, indeterminatus omnino eſt partium illarum numerus, nec extenſionis notionem ingredi debet. Itaque pro arbitrio aſſumi poteſt partium numerus, nempe fingere licet, in extenſione aliqua contineri decem, vel mille partes &c. prout pars aliqua pro unitate adhibetur; ita linea aliqua duas continebit partes, ſi pars dimidia pro unitate habeatur, decem, vel mille partes habebit, ſi pars decima, vel milleſima uſurpetur pro unitate. Quare cum unitas illa ſit omnino indeterminata, indeterminatus etiam erit partium numerus, quem proinde numerum in ſeriem infinitam abire concipi poteſt. Igitur extenſio continua erit geometrice diviſibilis in infinitum.

Hanc eamdem ratiocinationem in qualibet corporum dimenſione obtinere evidens eſt. Et quidem corpus triplici dimenſione præditum ſuos habere debet limites, atque termi-

nos

nos alioquin finitum non foret, atque determinatum. Igitur corpus habere debet reales limites, qui binas tantummodo habeant dimensiones in longum, & latum. Etenim utcunque exigua profunditas assumatur, ejus pars interior ad terminum, seu limitem pertinere non potest. Is autem terminus latitudine sola, & longitudine præditus dicitur *superficies*. Item superficies quævis finita suum habere debet terminum, qui simili argumento latitudine careat, & is dicitur *linea*. Eodem pacto lineæ terminus erit *punctum* nulla extensione præditum. Igitur superficies, linea, punctum non sunt materia, seu corpus, sed meræ corporis affectiones, quæ sine ipso, & per sese subsistere non possunt, nempe haberi debent tanquam termini, & limites materiæ *reales* quidem; neque a nostra imaginandi vi pendet quod dimensiones finitæ terminum aliquem, seu limitem habeant, qui ad ipsas non pertineat. Itaque nec superficies erit pars corporis, nec linea pars superficiei, nec punctum pars lineæ, sed realis terminus; nec proinde corpus repetitione, & suprapositione superficiei, nec superficies repetitione lineæ, nec linea repetitione puncti, sed ductu quodam continuo generabitur. Hinc statim patet, binas quasque superficies vel in unica coalescere, & congruere, vel corpus aliquod triplici dimensione præditum intercipere, binas lineas intercipere superficiem, bina puncta intercipere lineam: nec ullam proinde superficiem superficiei, lineam lineæ ita proximam esse, aut punctum puncto ita vicinum, ut nihil mediæ distantiæ intersit, Ita si corpus, quod continuum concipiatur, & solidum, sectione quadam plana secetur; evi-

evidens eſt, alteram ſectionem priori ita proximam fieri non poſſe, ut nihil corporis inter ipſas ſit, ſed nova ſectio vel aliquid intercipiet, vel cum priore penitus congruet. Intervalli autem hujus medium aliquod erit, quod nimirum cum neutro extremo congruere poteſt, ne ipſa itidem extrema congruant, intervallo omni ſublato. Quare dimidii intervalli rurſus haberi poteſt pars dimidia, & ita deinceps in infinitum, ac proinde habebitur neceſſario diviſibilitas in infinitum.

II. Eamdem extenſionis diviſibilitatem in infinitum evincunt argumenta geometrica innumera. Infiniti numero duci poſſunt circuli, alii aliis majores, qui eamdem rectam, & ſe invicem contingant in unico puncto, ideoque in infinitum dividere poſſunt finitum intervallum, quod inter tangentem, circulumque minimum intimum comprehenditur. Inter eaſdem parallelas duci poſſunt parallelogrammi, alii aliis longiores in infinitum, exiguo utcumque parallelogrammo æquales. Ex longiſſimæ cujuſvis lineæ rectæ diviſionibus quotcumque agi poſſunt lineæ parallelæ, ita ut extremæ tranſeant per extrema puncta rectæ cujuſvis utcunque exiguæ, quam omnes ſecabunt in totidem æquales partes, quot partes illa longiſſima recta habebat, nec unquam exhaurietur exiguum illud intervallum, quod ſemper ſupereſt, nec rectæ congruent. Alia ejuſmodi ſexcenta adhiberi ſolent, quæ vim habent ſummam, & ſeveram demonſtrationem efformant pro ſpatii, & extenſionis diviſibilitate; ſi enim continua realiſque extenſio admittatur, jam ſuperficies, linea, punctum non ſunt mentis noſtræ figmenta, ſed realis extenſionis reales termini.

ni. Nihil tamen ex Geometria petitum evidentius, faciliusque demonstrat extensionis divisibilitatem in infinitum, quam illud Geometris notissimum, quod nempe datis binis rectis possit semper inveniri tertia continue proportionalis post ipsas. Si enim assumatur recta quævis utcunque parva, tum alia utcunque magna, quæ illam contineat vicit bus quotcunque, semper invenietur tertipost hanc, & illam, quam hæc totidem vicibus contineat, ideoque continebit hæc tot partes, quot libuerit; & quemadmodum nullus erit limes, ultra quem augeri non possit hæc magna linea, ita nullus itidem erit, ultra quem illa tertia imminui non possit.

Hæc quidem argumenta ex primis Geometriæ elementis desumpta sunt; sed iis quoque consulendum, qui rebus geometricis haud assueti demonstrationum evidentiam facile non percipiunt; quare libet argumentum unum physicum ex motu petitum proferre. Si extensum constaret ex indivisibilibus, æque veloces forent motus omnes, nec minus spatium eodem tempore percurreret segnissima testudo, quam velocissimus cursor. Etenim non posset testudo minus spatium eodem temporis puncto percurrere; indivisibile enim ponitur spatium temporis puncto indivisibili descriptum, ac proinde cum repugnet indivisibile alio indivisibili minus, spatium minus a testitudine percurri repugnat, quare spatium æquale describet. Idem dicendum de alio quovis tempore, ac proinde spatia æqualia ab utroque semper describentur, & cursor velocissimus non plus conficiet spatii, quam testudo tardissima, quod est absurdum.

Plu-

Plurima alia ejuſdem generis abſurda ex eadem indiviſibilium hypotheſi colliguntur; verum quæ dicta ſunt, ſufficiant. Cæterum evidens eſt, præcedentes demonſtrationes valere etiam pro materiæ diviſibilitate, ſi materia continuam extenſionem habere ponatur. Etenim ſingulis ſpatii partibus ſingulæ reſpondebunt materiæ partes, quæ proinde non ſecus, ac ſpatium, erunt in infinitum diviſibiles. Verum in hypotheſi Leibnitianorum, & aliorum Philoſophorum, qui inextenſa, & ſimpliciſſima materiæ puncta admittunt, jam materia non erit diviſibilis in infinitum, & ideo hanc noſtram concluſionem de ſola extenſione enuntiavimus.

Objic. Si extenſio diviſibilis eſſet in infinitum, in quovis extenſo exiſteret numerus partium infinitus, quo poſito maximum ſequeretur abſurdum. Nam ſi numerus partium infinitus in quovis extenſo daretur, nullus haberi poſſet motus, ne quidem per minimum ſpatium, cum in minimo ſpatio numerus partium ſit infinitus. Ergo &c. .... Reſp. N. Sequelam Ant. & Conſ. Quamvis numero infinitæ ſint ſpatii percurrendi partes, eæque nonniſi tempore aliquo a mobili percurri poſſint; illæ tamen partes non ſunt finitæ magnitudinis, ſed infinite parvæ, hoc eſt, ut vocant, *infiniteſimæ*. Hinc, ut percurrantur, non egent tempore finito, ſed tantum particula temporis infinite parva; niſi fingamus, mobilis celeritatem eſſe infinitæ exiguam. Ratio eſt, quia tempus non ſecus ac ſpatium dividi poteſt in partes multitudine infinitas, & magnitudine infinite parvas. Itaque ſi mobilis celeritas finita ſit, quælibet infinite parva ſpatii particula in homolo-

mologa temporis particula a mobili absolvetur, ac proinde totum aggregatum multitudinis infinitæ particularum infinite parvarum spatii, seu totum spatium finitum describetur a corpore in aggregato multitudinis infinitæ tempusculorum infinite parvorum, seu tempore finito. Quare falsum est, posita divisibilitate in infinitum, nullum haberi posse motum, ne quidem per minimum spatium, sive minimum spatum nonnisi infinito tempore percurri posse. Quod ut magis declaretur, probe attendi debet jam antea susius explicata temporis, motus, spatiique analogia. Tres illæ notiones ita necessario sunt conjunctæ ut una alteram indivulso nexu contineat. Nulla extensionis alicujus determinatæ clara idea haberi potest, nisi nobis exhibeamus mobilis alicujus velocitatem datum spatium dato tempore percurrentis; & viceversa mobilis alicujus velocitatem clare intelligere non possumus, nisi ope spatii dato tempore descripti. Hinc fit, ut ex tribus temporis, velocitatis, spatiique conditionibus, datis duabus, tertiam inveniant Geometræ; ut explicavimus in articulo de motu.

Inst. I. Si extensio contineat partes numero infinitas, infinitum contineretur in finito; extensio enim finita haberet partes multitudine infinitas; quod quidem absurdissimum est. Ergo &c. ..... Resp. Dist. Ant. extensio finita contineret partes numero infinitas, sed infinite parvas, C. Ant. partes numero infinitas & finitæ magnitudinis, N. Ant. Quare N. Cons. Hæc objectio falsa laborant hypothesi, quod nempe quantitas aliqua ex partium numero tantum æstimari debeat; cum tamen certissimum sit, eam ex

par-

partium multitudine & magnitudine ſimul æſtimandam eſſe. Igitur quantitas finita continere quidem non poteſt partes finitas numero infinitas; poteſt tamen dividi in partes numero infinitas & infinite parvas. Et quidem ſi partium magnitudo eadem ratione minuatur, qua earum numerus augetur, totum ex his omnibus partibus compoſitum idem manebit, ac proinde finitum erit, etiamſi partium numerus augeatur in infinitum. Exempla plurima ſuppeditat Arithmetica, fatentibus ipſis adverſariis, ubi numerorum ſeries eſt infinita, manente tamen ſumma ſeriei finita. Ita demonſtrant Arithmetici ſeriem in infinitum continuatam $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$ &c. unitati æqualem eſſe; at nemo negabit ſeriem hanc infinitas partes habere. Verum ut huic argumento aliiſque id genus plurimis paretur reſponſio, tollenda eſt omnis vocabuli ambiguitas. Dum extenſionem in infinitum geometrice diviſibilem eſſe demonſtramus, quæſtio minime eſt de *actuali* infinitæ diviſionis poſſibilitate, hoc unum intelligi volumus, in minima qualibet extenſionis parte minore alias concipi poſſe particulas; atque hoc ipſum eſt, quod diviſibilitas in infinitum appellari ſolet; nomine enim infiniti venit id omne, cujus limites aſſignari non poſſunt.

Inſt. II. Si extenſio quælibet finita dividi poſſet in partes numero infinitas, magnitudo quantumvis exigua in tot partes dividi poterit, ac quælibet alia quantumvis maxima. Maxima itaque æquabitur minimæ; imo omnes quotcunque magnitudines utcunque diverſæ, æquales erunt utpote ex æquali par-

tium

tium numero, nempe infinito, constitutæ; quod quidem absurdum vitari non potest, nisi dicatur magnitudines esse infinitas alias aliis majores; hic autem infinitus infinitorum ordo a ratione omnino alienus videtur; ergo quocumque se vertant hujus opinionis patroni, multis sese implicant ambagibus & absurdis..... Resp. N. Seq. Ant. & Cons. Responsio ad primam objectionis partem patet ex responsione præcedenti. Etenim quodnam est absurdum, duas magnitudines inæquales in eundem partium numerum dividi? An quia partes sunt numero æquales, composita sunt æqualia? Si hoc verum esset, verum itidem foret pedem digito æquari; pes enim non secus ac digitus in duodecim partes dividitur. Quod spectat alteram objectionis partem, diversum nempe infinitorum ordinem, res est difficilior. Ut autem hæc objectio & tota simul quæstio in bono lumine collocetur, sublimem quantitatum infinitarum & infinitesimarum doctrinam, quantum per harum institutionum præscriptam facilitatem nobis facere licet, explicabimus.

Quantitatum infinite parvarum nomen hactenus adhibuimus, verum id fecimus brevitatis causa, & ut receptum servaremus loquendi usum. Et quidem nulla quantitas in se spectata & sine nostro cogitandi modo, aut infinite parva est, aut infinite magna, sed in se determinata est & finita, quod facile patet ex demonstratis de extensionis divisibilitate. Et certe data quavis magnitudine utcumque parva vel utcunque magna; alia semper minor in primo casu, & alia semper major in casu altero haberi potest; nobis enim licet quantitatem exiguam vel in-

ingentem considerare, primamque minuere, alteram augere, abstrahendo animum a quovis limite determinato. Priorem quantitatem dicimus *infinitesimam* vel *infinite parvam*, quantitatem alteram appellamus *infinitam* vel *infinite magnam*, accipiendo infinitum pro indefinito; quod diligenter notandum est; cum infinitum nusquam sit in rebus, sed in nostro concipiendi modo. *Finitam* dicimus quantitatem quamvis, quæ vel non concipitur variabilis, vel si concipitur variabilis, ultra quosdam determinatos limites variabilis non consideratur; rationem, quam duæ quantitate finitæ habent ad se invicem, *rationem finitam* vocamus. Unam e quantitatibus quæ imminutæ concipiuntur ultra quoscumque limites & *ad arbitrium assumptam*, dicimus infinitesimam *primi ordinis*. Si sit quantitas alia, quæ ad hanc infinitesimam habeat rationem, quam ipsa infinitessima habet ad quantitatem finitam, quantitatem hanc dicimus infinitesimam *secundi ordinis*, & ita deinceps. Viceversa, si quædam quantitas sit ad finitam quantitatem illam, ut illa ad infinitesimam primi ordinis, eam dicimus infinitam *primi ordinis*, & eodem pacto superiores infinitorum ordines definimus. Hæ autem quantitatum infinitesimarum notiones sunt omnino distinctæ.

His explicatis jam patet, diversos esse infinitorum & infinitesimorum ordines; nam circuli diameter, quæ finita est, se habet semper ad chordam ut est corda ipsa ad abscissam; ac proinde si in circulo fingatur chorda infinite parva primi ordinis, erit abscissa infinitesima ordinis secundi. Si autem chorda sit infinitesima ordinis secundi, erit abscissa infini-

ni-

nitesima ordinis secundi, erit abscissa infinitesima ordinis quarti & ita deinceps. Itaque ex infinitesimis primi ordinis statim derivari evidens est quantitates infinitesimas aliorum ordinum, ac proinde etiam varios infinitorum ordines. Hinc non satis claram hujus doctrinæ cognitionem habuisse videtur D. Nivventit, qui concessis infinitesimis primi ordinis, alios infinitesimorum ordines rejecit. Id ergo probe recordandum est, infinite parvas & infinite magnas quantitates a nobis quidem admitti, sed in eo dumtaxat sensu, quod quantitates illæ sint indefinitæ, hoc est, ut augeri vel minui concipiantur ultra quoscumque limites. Constituta autem talium quantitatum definitione accurata, alteri objectionis parti satisfactum est, atque etiam aliis objectionibus plurimis, quæ ex quantitatum illarum natura non satis explicata desumi solent.

Superest, ut de earumdem quantitatum usu, quem quidem in nostra Physica aliquando usurpavimus, breviter aliquid adjungamus. Usus omnis positus est in comparandis inter se quantitatibus finitis, earumque rationibus & affectionibus determinandis. Si comparatis inter se binis quantitatibus finitis, negligantur differentiæ, quæ earumdum quantitatum respectu sunt infinite parvæ vera æqualitas haberi debet, nec ullus ne infinitesimus quidem error committi potest. Etenim finitæ quantitates dicuntur illæ, quæ sunt in se determinatæ; infinite autem parvæ eæ vocantur, quæ concipiuntur minui ad arbitrium ultra quoscumque limites in se determinatos. Porro his neglectis quantitatibus, nullus error ne quidem infi-

infinitesimus oriri potest; Si enim inæquales essent finitæ quantitates illæ, haberent differentiam aliquam in se determinatam. Quoniam autem quantitates infinitesimæ minui possunt ultra quoscumque limites in se determinatos, omnes simul poterunt esse minores differentia qualibet determinata. Itaque minus accurate loquuntur aliqui, dum dicunt, negligi posse quantitates infinite parvas, quia error est infinite parvus; revera enim nullus est. Igitur tota res huc reducitur, ut nempe, ad demonstrandam duarum quantitatum æqualitatem, ostendatur differentiam esse assignabili qualibet differentia minorem. Hanc autem methodum accuratissimam omnino esse, nullique errori obnoxiam, evidens est; tota enim pendet ex hoc Euclidis theoremate, nempe: *quantitates duæ sunt æquales, si differentia sit quantitate qualibet assignabili minor;* etenim si forent inæquales, differentia posset assignari; quod est contra hypothesim. His fundamentis innititur calculus *infinitesimalis*, qui *primarum & ultimarum rationum* vel etiam *limitum* calculus cum Newtono rectius appellari potest.

ARTICULUS III.

De Figurabilitate.

I. F*Igurabilitas* appellatur illa corporum proprietas, qua fit, ut externa illorum superficies in longum, latum, & profundum certo modo extendatur, atque terminetur. Intricatissimæ a Philosophis proponi solent quæstiones duæ: 1. est: An minimæ

nimæ elementares particulæ, ex quibus corpora componuntur, perpetuam, ac determinatam habeant figuram, quæ nulla naturæ vi frangi possit: 2. autem est: An corpora per diversam minimarum particularum naturam specie distinguantur; an per solam eamdem particularum dispositionem. Sed quidquid sit de illis duabus quæstionibus speciali conclusione mox explicandis, certum est, corpora in tenuitatem immanem reduci posse; quod paucis utilioribus experimentis demonstrare satis erit. Auri ductilitatem fere incredibilem contemplemur, & ad calculum revocemus. Aurum malleo tenditur, & in lamellas extenditur. Pes cubicus auri pondus habet librarum 1349, seu unciarum 21584; nam 16 unciæ libram parisiensem constituunt. Jam vero linea eamdem habet rationem ad pedem, quam habet 1 ad 144. Quare si numeri ad potentiam cubicam evehantur, erit linea cubica ad pedem cubicum, ut 1 ad 2985084, hoc est pes cubicus lineas cubicas 2985984 continet; sed pes cubicus auri pondus habet unciarum 21584; ergo si per hunc numerum antecedens numerus dividatur, quotus $38 + \frac{7392}{21584}$ exprimet, quot lineas cubicas uncia auri comprehendat. Jam si ex uncia auri formetur cubus, illius latus seu altitudo erit $5 + \frac{1}{6}$; hæc enim est radix cubica numeri præcedentis, quam proxime. Quare si numerus hic in seipsum ducatur, erit basis cubi $26 + \frac{25}{36}$ linearum quadratarum. Præterea sciendum est, artifices, qui aurum tundunt, ac in tenues

nues lamellas extendunt, unciam auri ita attenuare & in tam amplam redigere laminam, ut ex illa commode ducant 2730. bracteas, quarum latera quaquaversum sunt linearum 34, neglectis segminibus, quæ tamen sunt ponderis dimidii. Jam si bractearum latera sunt 34 lin. erunt in bractea qualibet lineæ quadratæ 1156; ita ut, si bracteæ omnes in unam denuo coeant superficiem, habeatur superficies linearum quadratarum 3155880, cui numero si vel tertia pars pro segminibus addatur, id est, si addas 1051960, patet opifices ex unica auri uncia efficere 4207840 lineas quadratas visibiles; sed hujus superficiei amplitudo nempe linearum quadratarum 4207840 continet basim istius cubi, nempe $26 + \frac{25}{36}$ vicibus 159092. Ergo uncia auri efformata in cubum $5 + \frac{1}{6}$ lineis altum, dividitur in lamellas quadratas 159092. Porro quodlibet lineæ quadratæ latus, instrumenti acuti mucrone in 6 saltem partes dividitur, ac proinde integra quadrata linea in partes 36. Quare si numerus linearum quadratarum 4207840 multiplicetur per 36, nempe per numerum partium in quavis linea facile visibilium, productum 151482240 exprimet numerum partium, quæ in unica auri uncia conspici possunt; quod prorsus mirum videbitur.

Sed longe major apparet auri ductilitas, si tenuissimæ aureæ lamellæ argentum ac filum sericum circumvestientis crassities examinetur. Artifices massam argenteam sumunt ponderis 8 libr. quam componunt in cylindricam figuram, altitudinis duorum pedum

cum digitis 8, seu lin. 384, cujus periphe-ria 2. dig. cum lin. 9. seu 35 lin. quæ si ducatur in altitudinem cylindri, superficies prodibit 13440 lin. quadr. superficiem hujusmodi aureis bracteis obducunt, quarum pondus semiunciam adæquat. Tum cylindrum sic inauratum per diversa laminæ chalybeæ foramina trajiciunt, & massam illam ita extendunt, ut capillarem subtilitatem imitetur & in ipsa tamen superficie inaurata maneat; atque hinc massa cylindrica in tenuissimum filum traducitur, cujus fili pondus grana *36* adæquat; in 150 pedes extenditur, ac proinde totus cylindrus in filum 307200 pedes longum extendi poterit; reducatur enim cylindri pondus in grana; libra gallica *16* uncias continet, hæc drachmas 8, drachma 3 scrupulos, hic 2 obulos, obulus 12 grana; pondus ergo 8. libr. continebit grana 73728. Itaque ad habendam longitudinem, ad quam totus cylindrus produci potest, dicatur *36*: 150 == 73728 ad quartum proportionalem 307200, atque hæc erit longitudo tenuissimi fili. Ergo semiuncia auri in tot visibiles partes distribui potest, quot lineas complectuntur pedes 307200, nempe 44236800 lineas; sed linea in *6* visibiles partes ad minimum dividi potest; quare si 44236800 numerus linearum quæ in 307200 continentur, in *6* ducatur, numerus 265420800 designabit partes visibiles in dimidia auri uncia. Verum postquam filum per angustissimum laminæ chalybeæ foramen trajectum est, inter duas rotas chalybeas lævigatissimas complanatur, & cylindrus in binas planities parallelogrammas reducitur, ac proinde numerus partium quadruplo major distin-

distingui poterit in tenuissima lamella quæ tamen semper continua & inaurata apparet; itaque numerus partium in auri semiuncia oculo inermi conspicuarum erit 1061683200. Postquam massa cylindrica in prædictam longitudinem exporrecta est, tenuissimam acquirit crassitiem, ita ut illius diameter vix æqualis sit crassitiei auri longissimam argenteam lamellam vestientis, quæ quidem crassities a Clariss. Reaumurio statuitur non major $\frac{1}{27488}$ lineæ. Imo si consideremus auri bracteas non ubique ejusdem crassitiei, sed in aliquibus locis duplo graciliores apparere, crassities auri argenteam lamellam obducentis in quibusdam partibus major non erit $\frac{1}{10000}$ unius lineæ; quæ quidem crassities minor adhuc fieri poterit, si argentea lamina sic inaurata rotis diligentius fuerit subacta Rem longius describere & calculi apparatum subjicere placuit, ob mirandam omnino & stupendam artis subtilitatem.

Quamvis tanta non sit vitri ductilitas, hæc tamen Philosophorum meditationibus dignissima est, & artificum laboribus aliquando fortasse perficienda. Notissimum est artificium, quo vitrum in longissima subtilissimaque fila protrahi solet. Vitri frustulum flammæ admovetur, vi ignis subigitur & in mollem veluti ceram redigitur. Quo facto, uncinus vitreus fuso vitro adhibetur & deinde retrahitur; uncino autem retracto abducitur filum vitreum massæ vitreæ perpetuo adhærescens; filum illud uncino interceptum rotæ circumponitur, & rota rapidissime pro arbitrio circumagitur, atque fila vitrea ipsam

rotæ circumferentiam perpetuo amplectuntur. Tanta autem aliquando obtinetur filorum subtilitas, ut raneæ telæ tenuitatem æmulentur. Observavit clarissimus Reaumurius, cum filorum tenuitate ipsam quoque flexibilitatem crescere, ita ut vitrea fila ad majorem subtilitatis gradum perducta pannos atque hominibus vestimenta præbere possent. Hujus utilitatis specimen aliquod videre est in puerilibus ornamentis ex mobili vitreorum filorum fasciculo contextis; talia enim ornamenta capiti imposita capillorum instar flectuntur, nec franguntur aeris motu agitata. Plurima alia experimenta legere est in vulgaribus Physicorum libris, qui omnium manibus teruntur.

II. Admiranda plane est materiæ subtilitas, ad quam ars pervenire potuit; sed longe major est, & omnem imaginandi vim superat particularum tenuitas, quam in corporibus nonnullis ipsa natura demonstrat. Lucis radios, corporaque odorifera iterum contemplari satis esset; sed jucundissimum argumentum alio exemplo illustrare non ab re erit. Solertissimus naturæ indagator Leevvenhoekius in aqua per aliquot dies asservata exquisiti microscopii ope, minima observavit animalcula, quorum mille centena millia vulgaris arenæ globuli magnitudinem non excedunt. Jam cum animalculum quodvis sit corpus organicum, perpendamus paulisper, quam delicatæ, & subtiles esse debent partes ad ipsum constituendum, & ad vitalem actionem conservandam necessariæ. Haud facile concipitur, quo pacto in tam angusto spatiolo comprehendi possint cor quod vitæ fons est, musculi ad motum necessarii, glan-
dulæ

dulæ ad liquores ſecernendos, ventriculus, & inteſtina ad alimenta dirigenda, & alia membra innumera, ſine quibus animal eſſe non poteſt. Præterea cum ſingula memorata membra ſint etiam corpora organica, aliis carere non poſſunt partibus ad ſuas actiones neceſſariis. Conſtabunt ergo ex fibris membranulis, tunicis, venis, arteriis, nervis, & his ſimilibus canaliculis numero fere infinitis, quorum exilitas imaginationis vires longe ſuperat. At his infinite propemodum minores eſſe debent partes fluidi, quod per canaliculos decurrit, nempe ſanguis, lympha, & ſpiritus animales, quorum in gradioribus animalibus incredibilis eſt ſubtilitas. En quanta in viliſſimo animalculo portenta, divinæque omnipotentiæ argumenta! Ex tanta, & fere infinita *actuali* materiæ diviſione evidens omnino fit, a præjudicatis vulgi opinionibus longe differre mundi hujus ſtructuram. Sibi facile perſuadet imperitum vulgus, corpora magnam continere materiæ quantitatem, illorumque partes ſingulas ſtricte continuas eſſe; cum tamen certiſſimum ſit, corpora etiam compactiſſima exiguam omnino & fere nullam habere materiæ portionem, eamque in tenuitatem incomprehenſibilem eſſe diviſam.

Neque hic prætermittendum eſt eximium problema, quod analytice ſolvit Claris. Keillius in inſtitutionibus aſtronomicis. Problema eſt hujuſmodi: *Data utcunque exigua materiæ particula eam per ſpatium utcunque magnum ita diſtribuere, ut nuſquam habeatur ſpatiolum vacuum majus data menſura utcunque exigua*. Facili ratiocinatione rem intelligere licebit. Fingamus pollicem cubicum materiæ ſolidæ in ſphæram cavam ad Saturnum uſque

extendi; quod certe non repugnat, cum materia sit in infinitum divisibilis. Hæc autem sphæra exiguam habet crassitiem, omnino tamen solidam. Jam sphæra ad minima intervalla minimisque poris pertusa fingatur, ita ut pororum distantia & magnitudo datam mensuram utcunque exiguam non excedant. Tum ex decidua materia, quæ poros antea occupabat, componatur iterum sphæra, quæ priori sphæræ sit quamproxime contigua. Hæc autem secunda sphæra minimis poris rursus perforata intelligatur, atque ex materiæ ramentis tertia fiat sphæra, & ita deinceps. Manifestum est, hoc modo obtineri posse sphæram integram ex aliis sphæris ita compositam, ut eadem maneant phænomena, quæ in præsenti hujus mundi structura cernimus, eademque servetur apparens corporum continuitas. Jam vero ad propositas quæstiones duas redeamus. Cum itaque corpora quævis, corporumque partes naturæ artisque viribus in minima corpuscula dissolvantur, a Philosophis quæsitum est, num primigeniæ corporum particulæ certos habeant limites ita ut perpetuam servent figuram, atque ex sola homogenearum particularum conjunctione, variaque dispositione repetenda sit diversa corporum natura, vel species. His præmissis sit

CON-

CONCLUSIO.

DE PERFECTA MINIMARUM PARTICULARUM DURITIE, DIVERSAQUE ILLARUM NATURA NIHIL AFFIRMANDUM VIDETUR.

Prob. I. pars. Nihil certo affirmare licet de illis quæstionibus philosophicis quæ nulla observatione, nullo experimento, nullaque satis valida ratiocinatione probari possunt; atqui &c. Ergo . . . . Prob. Min. Quod spectat observationes & experimenta, res est evidens, cum minimæ etiam corporum particulæ, quæ ab elementorum tenuitate, si quam habent, longissime distant, nullis observationibus vel experimentis subjici possint. Neque etiam metaphysicis rationibus quidquam evinci potest. Requidem vera nullum corpus perfecte durum in hac rerum universitate novimus; durissima quæque corpora in pulverem franguntur, ex silicibus ipsoque adamante fumum exprimunt solares radii in speculi ustorii foco collecti. Sed quid inde concludi poterit de primigeniis corporum elementis? nihil sane. Neque falsa demonstrari potest eorum Philosophorum hypothesis quæ simplicissima materiæ elementa atque inextensa admittit, ut jam observavimus, & in sequenti articulo fusius explicabimus. Nec etiam invicte refelli possunt contrariæ opinionis patroni; quod enim de contitnuitatis lege proferri solet, demonstrationis vim non habere, ex objectionum serie manifestum fiet.

Prob. II. pars, quæ ex prima omnino pendet. Et quidem si nos lateat, utrum elemen-

ta ſint ſimpliciſſima, an extenſa; utrum ſint perfecte dura, an artis & naturæ viribus diviſibilia, multo minus de elementorum natura aliquid pronuntiare licet. Æque felici ſucceſſu per diverſam elementorum naturam, vel per diverſam elementorum ſimilium diſpoſitionem explicari poſſe videtur diverſa corporum ſpecies. Et quidem mirum eſt, quantam ſpecierum varietatem induant corporum partes variis motibus vexatæ atque mutatæ. Ad hoc argumentum referuntur quæ diximus in appendice ad caput tertium, atque de eadem re nonnulla adjungemus in objectionibus. His rationibus inductus Carteſius dicere auſus eſt; *Da mihi materiam & motum, mundumque componam*. Hic autem data occaſione, depellenda eſt conjecta in Carteſium calumnia, qua nulla gravior eſſe poteſt. Dum hæc verba protulit Carteſius, materiæ creationem & ſupremi motoris neceſſitatem inficiatus non eſt magnus ille Philoſophus, ſed nihil aliud ſignificare voluit, niſi ſupremum rerum omnium auctorem figura dumtaxat & motu uſum fuiſſe ad diverſas corporum ſpecies diſtinguendas. Quod quidem breviter obſervatum volui, ut a falſis criminationibus religioſe abſtineant Auditores noſtri ad pietatem magis quam ad ſcientias inſtruendi.

Objic. adverſus primam partem: Phyſicis notiſſima eſt lex *continuitatis*, qua jubetur nihil in rerum natura fieri per *ſaltum*, ita ut corpus ex aliquo ſtatu ad alium tranſire non poſſit, niſi omnes percurrat ſtatus intermedios. Vi hujus legis corpus e motu ad quietem ſtatim tranſire non poteſt, niſi ſingulos velocitatis decreſentis gradus trajiciat. At ſi aliqua ſint corpora perfecte dura, jam violatur

latur lex illa. Etenim si corpora duo perfecte dura æquali motus quantitate in partes contrarias sibi invicem occurrant, ambo post conflictum statim quiescunt; si autem inæqualis fuerit motuum quantitas, corpus quod minorem habet velocitatem, directionem statim mutat, ut patet ex demonstratis conflictuum legibus. Unde sic argumentantur. Existere repugnat corpora illa, quibus admissis violatur lex continuitatis; atqui &c. Ergo... Resp. N. Maj. Lex continuitatis tota innititur principio rationis sufficientis. Sic enim ratiocinari solent qui hanc tuentur legem: status, in quo reperitur ens aliquod, suam habere debet rationem sufficientem, cur in tali statu existat potius, quam in alio. Hæc autem ratio contineri non potest, nisi in statu antecedenti. Igitur status antecedens continebat aliquid, ex quo natus est status subsequens; illi nempe duo status ita sunt inter se conjuncti, ut nullus possibilis sit status intermedius. Si enim inter statum præsentem & antecedentem aliquis foret status possibilis, primum statum natura mutasset nondum a secundo statu determinata, ac proinde sine ratione sufficiente. Hæc est vulgata apud Leibnitianos ratiocinatio. Verum de principio rationis sufficientis sæpius sermonem habuimus, illudque ita explicavimus, ut in præsenti casu minime valere possit. Itaque lex continuitatis huic principio innixa tanquam universalis naturæ lex demonstrari non potest. Quidquid sit de lege illa in magnis corporibus observata, eamdem legem in minimis corporum elementis vigere, nequaquam evincunt instituta in magnis corporibus experimenta, nisi ostendatur, ex ipsa corporum natura con-

nuitatis legem profluere, quod certe nemo affirmaverit.

Quamvis autem perfecta elementorum durities nullo satis valido refelli possit argumento, hanc tamen ad intelligendam & explicandum specierum varietatem minime necessariam esse credimus. Neque enim vim maximam habere videntur hæc, quæ vulgo afferri solent, nempe: Natura semper est uniformis; ex iisdem seminibus eædem oriuntur plantæ; eadem nascuntur animalia; novæ non generantur corporum species: porro, inquiunt Newtoniani, si dura non sint materiæ elementa, jam vehementissimis frequentissimisque naturæ motibus jactata perpetuo frangerentur. Hinc minimæ corporum particulæ modo subtiliores, modo crassiores factæ, modo duriores, modo molliores varias constituerent species, naturaque universa faciem perpetuo mutaret. His autem rationibus hæc in promptu esse potest responsio. Ad servandam specierum uniformitatem satis esset minima materiæ elementa nullis frangi viribus *actu* existentibus, quamvis tamen majoribus viribus superari possent. Præterea elementa illa viribus licet naturæ frangenda, suam tamen servare possent propriam unicuique speciei naturam. Itaque argumentum illud ponit, quod est in quæstione, nempe specierum diversitatem ex sola partium dispositione pendere; quam quidem hypothesim mox expendemus.

Objic. adversus secundam partem. Per diversam similium particularum coagmentationem & dispositionem simplicius atque elegantius explicatur specifica corporum diversitas. Et quidem infinita propemodum varietate,

for-

formam mutat eadem materiæ portio. Sic metalla liquantur, ignis vi dissolvuntur, corpora fluida imitantur, in minutissimum cinerem rediguntur, in alia transeunt corpora, variasque constituunt species. Hanc sententiam confirmare videntur colorati lucis radii prismate vitreo separati; ii enim nullam coloris diversitatem induunt. Quare minima lucis corpuscula, quæ coloratum constituunt, sibi sunt simillima. Ex sola partium dispositione fit, ut corpora certos colorum radios reflectant, propriumque colorem exhibeant. His positis, sic ratiocinantur plerique Physici; tenenda est sententia illa, quæ divinæ simplicitati magis est consentanea, & innumeris experimentis confirmatur; atqui &c. Ergo.... Resp. N. Min. Quamvis infinita sit Dei simplicitas, perfectissimusque illius operandi modus, exigui tamen ponderis æstimari debent argumenta, quæ inde promere solent Philosophi, qui divinorum operum simplicitatem atque perfectionem ex limitato atque imperfectissimo nostro intelligendi modo metiri præsumunt. Etenim quæ nobis videntur composita, simplicissima omnino sunt Deo qui omnia unico & simplicissimo intellectus actu cognoscit, itemque unico, & simplicissimo voluntatis actu decernit atque exequitur.

Quod reliquas spectat objectionis partes, certum quidem est, ex varia partium dispositione pendere plurimas *sensibiles* corporum species; verum quæstio non est de corporum *massis*, sed de minimis *moleculis*, quæ *Elementa* solent appellari. Itaque mixtæ corporum species mutantur quidem, si naturæ, vel

vel artis viribus separari, vel aggregari possint componentes particulæ. Verum diligentissimis experimentis compertum est, immutatas manere corporum species nonnullas, etiamsi vehementius torqueantur, variisque modis utcunque vexentur. Ita ex puriori aqua nil, nisi aquam, ex igne nil, nisi ignem, elicere valent Chymici. Porro etiamsi corpora omnia, quæ chymicis, physicisque experimentis agitari possunt, in varias transirent species, ad minimas corporum moleculas trahi non possent experimenta illa; id ergo multo minus facere licebit, si corporibus quibusdam nulla mutatio vi etiam maxima inferri possit. Quod autem de diversis colorum radiis in objectione adjungitur, hoc unum probat, pro varia corporum textura, variaque partium dispositione diversos reflecti colorum radios; at inde minime colligitur, simillima esse radiorum corpuscula. Prolixiori responsioni non est hic locus, sed ad colorum doctrinam pertinet. Ceterum licet in tota hac responsione de materiæ *homogeneitate* nihil affirmare velimus, haud potiori jure pronuntiant aliqui Philosophi, nulla esse nequidem duo simillima materiæ elementa. Tali ratiocinatione suam conantur probare opinionem, quam *principium indiscernibilium* appellant Leibnitiani. Si duæ sint perfecte similes materiæ portiones, ita ut una alteri substitui possit, *cæteris paribus*, jam nulla est ratio, cur hæc, vel illa hunc, vel illum locum occupet, cum ambæ eumdem locum occupare potuerint; id vero repugnare ajunt rationis sufficientis principio. At cum hoc principium ita generetim explicatum sæpe sæpius

pius a nobis rejectum fuerit, & valide confutatum, non est, quod refellendo *indiscernibilium* principio diutius immoremur.

Ex hactenus dictis intelligitur, quid sentiendum sit de pervulgatis apud nonnullos Philosophos corporum elementis. Aristoteles quatuor enumerat corporum elementa, *terram* nempe, *aquam*, *ignem*, & *aerem*, ex his autem mixta omnia componi docuit; & requidem ipsa, ex omnibus fere mixtis hæc quatuor corpora, vel horum aliqua eliciunt Chymici. At patet elementa illa esse sensibilia dumtaxat corporum principia, minime vero tanquam primigenia elementa considerari posse. Idem dicendum est de Chymicorum elementis. Corpus in elementa sua resolvendum exempli causa *vinum*, in clibanum mittant, subjectoque igne, quasdam partes solvunt in vapores, qui frigore addensati alio vase excipiuntur, fiuntque liquor acuti saporis, quem *mercurium*, *spiritum* seu *aquam vitæ* appellant. Deinde continuato igne liquorem saporis expertem exprimunt, quem *phlegma* vocant; idque facere pergunt donec glutinosa tantum materia, *mellis* instar in clibano supersit. Materiam illam glutinosam in ampullam retortam injiciuut, & subjecto igne *phlegma*, ut prius exprimunt: postea liquorem acidum, quem iterum *mercurium* dicunt; dein liquorem alium minus fluentem in modum olei ignique concipiendo aptum, quem *sulphur* nominant. Postremo quod in ampulla retorta superest comburunt; ejusque cineres in cymbium fictile immittunt, admixta aquæ portione; quæ cum brevi tempore salis saporem referat, percolando purgatur, remanetque in cym-

cymbio fictili pulverulenta quædem & expers saporis terra, quam *caput mortuum*, seu *terram damnatam* appellant. Aqua autem limpida alio vase excepta lento igne in vapores solvitur, tumque in fundo vasis superest corpus durum & *friabile*, salis speciem referens, quod ideo *salem* dicunt. Hæcquinque elementa ex vino aliisque corporibus plurimis eruunt Chymici, ex corporibus aliis horum elementorum aliqua dumtaxat educunt. Hinc ex illis elementis varie permixtis omnem oriri corporum varietatem, sibi facile persuadent.

His elementis tria alia substituit Cartesius, qui rem totam hoc modo explicavit, seu potius implicavit. Deus creavit materiam homogeneam, hanc divisit in particulas proxime æquales, tali scilicet modo, ut earum anguli spatium accurate replerent, puta in partes cubicas. Creatam & divisam materiam Deus moveri jussit ea motus quantitate, quam etiamnum eamdem invariatam in corporibus perseverare fingit Cartesius; hoc autem motu factum esse ait, ut omnes materiæ partes circa centrum commune & singulæ circa proprium revolverentur. Ex hac rotatione mutuoque partium conflictu angulos abradi oportuit, indeque duo prodierunt elementorum genera; aliud nempe fuit pulvis tenuissimus & agitatissimus quem materiam *ætheream* vocant Cartesiani. Aliud autem emersit ex attritis fractisque partibus; sed crassiusculis & ad motum minus idoneis. Tandem partes cubicæ abrasis angulis abierunt in sphæras ad motum maxime accommodatas. Ex his tribus elementis universum dicunt compositum; & quidem materia sub-

tilis

tilis solem præsertim constituit nostri systematis planetarii centrum. Secundum elementum constans ex attritis particulis & in rotunditatem conformatis, *globulosa* materia dicitur, spatiisque cœlestibus replendis destinatur. Tertium denique elementum componit globum terraqueum cæterosque planetas. At materia *subtilis*, sive *ætherea*, illa est, quæ replendis omnibus interstitiis sese citissime accommodat. At hoc modo philosophari fabulari omnino est; atque hinc factum est, ut hoc cartesiani systematis commentum rejiciant severiores cartesianæ Physicæ reformatores. Quod autem spectat materiam ætheream, in tota Physices serie de ea jam plura diximus. Quia vero materia illa sub sensus cadere non potest, mirum non est, quod de hujus materiæ natura & proprietatibus tot hypotheses proferant Philosophi, qui conjecturis delectantur. Sed de hujus materiæ usu vel potius abusu sermo deinde sæpius recurret in Physica particulari. Cæterum quod in hac quæstione prolixius quidem tractari solita, rerumque physicarum copiosissima, brevius egerimus, nemo nos tanquam justo breviores reprehendat; brevissimas enim curtissimasque esse nostra hac in re cognitiones, ingenue fatemur.

ARTICULUS IV.

De Corporis Natura.

I. CUM de universalibus corporum proprietatibus in universa Physica generali hactenus disputatum sit, hinc doctrinæ ordo postulat, ut celeberrimam de corporis natu-

natura sive essentia quæstionem adgrediamur, atque tandem primæ Physices parti finem imponamus. Hic autem caveri maxime debet vocum ambiguitas. Observavimus jam in Metaphysica, duplicem *essentiæ* significationem; vel enim essentia est *realis*, hoc est, primarium illud atrributum, ex quo derivari possunt alia omnia attributa, quam quidem essentiam nobis ignotam esse demonstravimus; vel essentia est *nominalis*, collectio nempe omnium attributorum, quæ in re aliqua observantur. Rursus autem attributa vel sunt *essentialia*, vel *universalia* dumtaxat; hæc autem duo probe distinguenda sunt; fieri enim potest ut attributa quædam in omnibus corporibus deprehendantur, quæ tamen ad ipsam corporum naturam non pertineant, sed pro mera naturæ lege haberi debeant. His præmissis quæ quidem in Metaphysica, atque etiam in Logica accurate explicavimus, jam *corpus*, sive *materiam* definire licet substantiam *sensibilem*, quæ explicatas in Physica generali proprietates habet. Illas autem proprietates uno, ut ita dicam, oculi ictu contemplari, iterumque revocare operæ pretium est.

II. In præcedenti definitione notandom est diligenter, corpus dici *substantiam sensibilem*; hic enim consideramus tantum corpus *physicum*, nihilque de simplicissimis, & inextensis materiæ elementis affirmare audemus. Et quidem si elementorum naturam investigantes, ea extensa esse, dicamus, nihil prorsus dictum videtur; rursus enim elementa illa alias haberent partes, aliaque elementa. Si autem ea extensa non esse dicamus, res videtur absurda; qui enim intelli-

gi

gi potest, id, quod extensum non est, extensionem aliquam constituere? Respondere quidem posset Leibnitianus, extensionem velut *phænomenon* habendam esse. Verum hypothesis illa, de qua frequens mentio jam ante incidit, precaria omnino est, totaque innixa sufficientis rationis principio, quod sæpe sæpius impugnavimus. Alii autem, & quidem percelebres viri, corporis nomine intelligunt punctorum systema pro diversis viribus attractivis, & repulsivis per varia spatii *realis* loca ad diversas distantias dispositum, ut antea explicavimus. In hac scilicet opinione nullus est contactus *immediatus*, nulla *continuitas* vera, & accurata, sed *relativa* dumtaxat, & *apparens*. Er certe a nobis persæpe creditur continuitas vera, quæ procul dubio est apparens. Si enim corpora quædam ad talem inter se distantiam constituta sint, ut sub angulo 16″ minori videantur, in corpus unicum, perfecteque continuum coalescere oculis apparent.

Verum hæc opinio tota fundatur in ipsa continuitatis lege, quam quidem in omnibus corporibus, & in minimis materiæ elementis accurate demonstratam esse, nemo affirmabit. Quæ cum ita sint, præsens quæstio difficultatis, & *periculosæ plena aleæ* nobis videtur; quare ab ullo hac in re judicio nobis abstinendum esse, existimamus, subtilioremque controversiam sagacioribus ingeniis relinquimus. Unum observare satis erit, nihil omnino esse in his opinionibus, quod fidei vel leviter contrarium reprehendi possit; inter animas, & corpora essentiale, & intrinsecum semper manebit discrimen in his duobus positum, quod materia sit sensibilis,

&

& cogitationis, ac voluntatis incapax; at ſpiritus neque ſenſus noſtros afficiunt, neque poſſunt cogitare, aut velle. Nec quis ſibi perſuadeat, Metaphyſicis detrahi deſumptum ex matariæ extenſione argumentum, quo ſcilicet validiſſime probant, materiam cogitare non poſſe; totam enim vim retinet argumentum, etiamſi corpus phyſicum conſtet ex ſimpliciſſimis, & inextenſis elementis. Si autem elementa conjuncta cogitare non poſſint, ea quoque ſeorſim cogitare repugnat. Hæc autem omnia comparari debent cum iis, quæ de animæ ſpiritualitate in Metaphyſicis inſtitutionibus fuſe, & magno rationum pondere explicavimus.

III. Iiſdem fere difficultatibus obnoxia eſt graviſſima alia de *impenetrabilitate* controverſia, an ſcilicet ad corporis eſſentiam proprietas illa pertineat. Et quidem ſi extenſio inter eſſentiales corporis proprietates numerari non debeat, jam nihil abſurdi videtur, quod plures corporis partes eumdem occupent locum; id quidem præter univerſales naturæ leges, & corporum omnium proprietates, ac proinde non ſine miraculo contingeret; at immutabili corporum eſſentiæ minime repugnaret. Simili ratione ſi admittantur in minimis, & ſimpliciſſimis materiæ elementis vires quædam ad certos limites repulſivæ, ex quibus oriatur impenetrabilitas; illæ quidem vires pro naturæ legibus haberi debent, quas proinde leges ſupremus naturæ auctor ſuſpendere, & immutare poteſt, ideoque ad corporum eſſentiam non pertinent; cum eſſentias rerum immutabiles omnino eſſe & neceſſarias, demonſtratum ſit in Metaphyſice. Nec minus difficilis atque implicata evadit

quæ-

quæstio in hypothesi Leibnitiana, juxta quam *extensio*, *locus*, *spatium* pro meris phœnomenis haberi debent, ac proinde & pro mero phœnomeno haberi etiam posset impenetrabilitas, quæ ex notione loci omnino pendet. Igitur in hac hypothesi extensio, & impenetrabilitas sunt proprietates corporum *relativæ* dumtaxat, non *absolutæ*, & *essentiales*. Sed quidquid sit de quæstionibus illis, nulla ingenii subtilitate unquam fortasse solvendis, certissimum est, inter universales corporis naturalis proprietates recensendam esse impenetrabilitatem.

IV. Quod spectat corporum vires, *gravitatis* scilicet, *attractionis*, & *inertiæ*; illarum quidem virium effectus in rerum natura constanter observamus; sed quid sint vires illæ, an ad ipsam corporum essentiam pertineant, nobis omnino ignotum fatemur; eas velut universales corporum proprietates habere nobis satis sit; in nostris enim institutionibus Physicis effectus præsertim consideramus, eosque calculo, quantum nobis licet, æstimamus, quod quidem sæpe vos monitos voluimus. Probe autem observari debet virium illarum notio; neque credendum est, sibi mutuo repugnare vim inertiæ, & vim attractionis. Re quidem vera, si omnes materiæ partes sese mutuo attrahant, jam nulla erit perfecta quies in rerum natura, idque etiam verum erit in ipsa Peripateticorum sententia. Etenim secundum Peripateticos cœlestia omnia corpora, quæ intuemur, in perpetuo sunt motu, & centrum gravium in ipso tellus centro positum est; ac proinde necessum est ad cujusvis lapidis jactum, æquilibrio nonnihil mutato, totam

totam telluris molem commoveri. Id quidem vi inertiæ contrarium videri possset; corpora enim tenderent ad motum. Verum dum dicimus, per vim inertiæ corpora manere in quiete, seclusa vi qualibet impressa, res intelligenda est de quiete *apparente*; atque hinc patet, qua ratione intelligi debeat *quiescibilitas* inter naturales materiæ proprietates numeranda. Neque tamen dicendum est, materiæ motum esse necessarium; cum enim vim quamlibet motricem materiæ indiderit supremus rerum omnium auctor, hanc eamdem vim pro arbitrio potest auferre & corpora hac proprietate exuere. Tandem patet, in iis, quæ hactenus explicavimus, contineri etiam *figurabilitatem* quæ ex mutua attractione viriumque varietate pendet. Sed meminisse oportet *vis* nomine nihil aliud a nobis intelligi nisi effectum aliquem. Itaque corpus naturale merito definivimus substantiam sensibilem octo universalibus jam recensitis proprietatibus præditam. Probe autem notandum est, proprietates illas a nobis dici *universales*, non *essentiales*. Si quis igitur corpus consideraret, omissa ex his proprietatibus aliqua, is quidem *incompletam* haberet corporis notionem, nec tamen essentiale aliquod corporis attributum prætermisisse dici posset.

V. Ex his quæ hoc in articulo explicavimus, lux fortasse aliqua accedere potest iis, quæ de *materia*, *forma*, & *privatione* obscure tradunt plerique *Scholastici*. Affirmant scilicet, omnium corporum principium esse materiam *primam*, formam, & privationem. Materiam primam definiunt, *quod neque est quid*, *neque quantum*, *neque quale*, *neque* quid-

quidquam eorum, quibus ens demominatur. Hæc autem definitio ita poteſt intelligi, ut materiam *indeterminate* & *abſtracte* conſideratam ſignificet, non attenta illius forma. Verum ut fiat corpus aliquod *determinatum*, *formam ſubſtantialem* adjungi oportet; vocant autem formam ſubſtantialem id, per quod ſingulæ corporum ſpecies a ſe invicem differunt. Hæc autem omnia licet a veteribus Philoſophis paulo obſcurius dicta, cum recentiorum opinionibus componi fortaſſe poſſent. Etenim ſi in corporibus admittamus vires quaſdam *motrices*, *attractivas* ſcilicet & *repulſivas*, ex quibus oriatur ſpeſicifica corporum differentia, vires illas pro formis ſubſtantialibus haberi minime repugnat. Et quidem illas *ſubſtantiales* appellari nihil abſurdum eſt; etenim cum diverſa motus directio, diverſaque velocitas vi motrice diverſa generentur; mutationes illæ conſiderari poſſunt tanquam *modi*, qui proinde ad ſubſtantiam aliquam referri debent; atque hinc contingit, ut vires motrices tanquam modorum ſubjectum ac proinde tanquam ſubſtantiæ appareant; qua de cauſa formæ ſubſtantiales ſatis apte appellari potuerunt. Hanc explicationem a veteri Philoſophia non longe aberrare, colligitur ex ipſa formæ ſubſtantialis definitione; hanc enim his verbis definiunt Peripatetici: *Actus primus ſubſtantialis unum per ſe cum materia conſtituens: principium motus & quietis per ſe & non per accidens*: Ex qua definitione oritur alia forma, quam *accidentalem* dicunt, quæ nihil aliud eſt, quam *modificatio contingens*. Tandem quod ſpectat *privationem*, hoc vocabulum fecerunt Peripatetici, ut diſtinguerent

rent

rent corpus *factum* & *actuale*, seu, ut dicunt, *in facto esse*, a corpore *faciendo* quod vocant *in fieri*; corporis actualis duo distiuguunt principia: materiam & formam. At corporis in fieri tria principia admittunt, materiam, formam & privationem. Et quidem formam substantialem præcedere debet privatio. Hæc pauca de veteris scholæ opinionibus sine ullo partium studio observata sint, ut antiquos Philosophos a recentiorum quorumdam reprehensione vindicemus; aliqui enim recentiores nihil fere in veteri Philosophia inveniunt quod non rideant, & Peripateticorum opinionibus sua non magis solida & probata substituunt dogmata, seu potius figmenta. Aristotelem virum fuisse ingenio excellentem, satis demonstrant plurima illius opera, quibus sane non parum honoris & gloriæ detraxerunt aliqui interpretes. At non sine maxima recentiorum injuria negari posset, in effectuum observatione & cognitione longe feliciorem & locupletiorem esse hodiernam Physicam, quamvis post longam sæculorum seriem circa effectuum causas nihil fere plus scire datum sit, nec fortasse dabitur unquam, donec rerum effectuumque omnium causam D. O. M. æternum intueamur.

APPENDIX.

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. AMplissima meditationum Philosophicarum copiam suppeditat caput præcedens: ex multis pauca utiliora seligemus. De

De ſumma corporum poroſitate perpetuiſque effluviis ſermonem habuimus; hinc vero occaſionem nacti, quotidianas corporis noſtri mutationes & viciſſitudines contemplabimur. Accuratiſſimis obſervationibus compertum habuit Sanctorius ex octo alimentorum libris, quas quis quotidie ſumeret, quinquageſimam circiter partem in corporis ſubſtantiam converti. Sumpta igitur quinquageſima parte 8 libr. provenient $5 \frac{3}{25}$ ſemiunciæ, quas ſcilicet ſingulis diebus acquirimus, ac proinde per anni ſpatium corpori noſtro accedunt 58. libr. 12. $\frac{4}{5}$ ſemiunciæ, hoc eſt, pluſquam tertia pars totius corporis; tantumdem ergo per continuam diſſipationem de corporis ſubſtantia decedere debet; alioqui in enormem excreſceret molem. Jam vero ſi jactura eum in modum ſeſe haberet, ut vetuſtiſſima corporis materia primum abiret, deinde quæ proxime minus vetuſta eſt, & ſic per gradus ad recentiſſimam uſque, manifeſtum eſt ita omnino diſſipari corporis noſtri ſubſtantiam, ut poſt tres annos nihil vetuſtæ materiæ ſuperſtes eſſet, alia plane ejus locum occupante. At quoniam veteres ſuccedenteſque particulæ ſimul pro ratione utriſque quantitatis promiſcue expelli debent, fieri non poteſt, ut omnis materia in auras avolet, etiamſi mille annos homo viveret. Rem exemplo illuſtrabimus. Ponatur vas aquæ plenum, continens 150 libras, ex quibus hauriantur $5 \frac{3}{25}$ ſemiunciæ, & loco hauſtæ aquæ infundantur vini puri ſemiunciæ $5 \frac{3}{25}$. Sequenti die ex hoc mixto detrahantur iterum ſemiunciæ $5 \frac{3}{25}$, & dein adjiciantur $5 \frac{3}{25}$ vini puri, & ita deinceps ſingulis diebus per annum integrum; quæritur

quantum aquæ & quantum vini post annum futurum sit. Problematis hujus solvendi modum indicabimus: 150 libræ aquæ conficiunt 4800 semiuncias, ex quibus detractis 5 $\frac{}{2}\frac{1}{5}$ semiunciis aquæ, & iterum affusa æquali quantitate vini puri, remanent in vase 4794 $\frac{2}{2}\frac{2}{5}$ semiunciæ aquæ cum 5 $\frac{}{2}\frac{3}{5}$ semiunciis vini permixtæ. Jam si secundo die ex hac mixtura rursus detrahas 5 $\frac{}{2}\frac{3}{5}$ semiuncias, & tantundem vini puri adjicias, illæ semiunciæ detractæ 5 $\frac{}{2}\frac{1}{5}$ non ex aqua pura constabunt, sed tantillum vini continent, quod in eadem proportione erit ad aquam, ut 5 $\frac{}{2}\frac{3}{5}$ ad 4794 $\frac{2}{5}\frac{2}{2}$, id est, numerus semiunciarum aquæ residuæ post secundam detractionem erit tertius proportionalis ad 4800 & 4794 $\frac{2}{2}\frac{2}{5}$, quod quidem evidens est. Simili ratione, tertio die de tractis ex mixto semiunciis 5 $\frac{}{2}\frac{3}{5}$, patet numerum semiunciarum aquæ residuæ esse quartum proportionalem ad 4800 & 4794 $\frac{2}{2}\frac{2}{5}$, & ita porro. Ergo completo anno, scilicet post 365am extractionem, residuæ aquæ pondus habebitur sumendo 366am proportionalem ad 4800 & 4794 $\frac{2}{2}\frac{2}{5}$, seu evehendo 4794 $\frac{2}{2}\frac{2}{5}$ ad 365am potestatem, & dividendo per numerum 4800 itidem ad 364am potestatem evectum, quod quidem laboriosissimum per plures menses calculum postularet. At rem per *longarithmorum* tabulas compendiose absolvunt Algebristæ, inveniuntque post completum annum remansuras in vase 3251 $\frac{1}{5}$ semiuncias aquæ, ideoque 1548 $\frac{4}{5}$ semiuncias vini. Exemplum ad præsentem casum transferatur. Aquæ puræ 150 libræ repræsentent materiam, ex qua corpus componitur, 5 $\frac{3}{5}$ semiunciæ vini puri quotidie infusi referant

no-

novam materiam corpori nostro singulis diebus additam, erit materia vetus semiunciarum 3251 $\frac{1}{5}$ seu libr. 101, semiunciarum 19 $\frac{1}{5}$; nova autem substantia erit libr. 48, semiunciarum 12 $\frac{4}{5}$. Itaque corpus humanum tertiam fere substantiæ partem post annum integrum amittet, & protracto calculo invenitur elapso decennio superstitem futuram esse dumtaxat partem quinquagesimam. Prætermittendum tamen non est a nobis positum fuisse omnes corporis partes æquabiliter & uniformiter dissipari; quanquam certissimum sit ossium dissipationem multo lentiorem esse, quam partium fluidarum. Sed quidquid sit, ex his saltem manifestum est, in corporibus nostris velocissimam mutationem contingere, atque huic perpetuæ vicissitudini obnoxias esse durissimas corporis nostri partes; & quidem nullum est in corpore animali os tam durum, tam compactum quod non nutriatur, ac proinde quod non mutetur, & partem sui amittat, novamque recuperet.

Ecquis non mirabitur omnipotentem Dei manum, quæ in corporis nostri structura, tot subtilissima disposuit instrumenta ad nutritionem & evaporationem necessaria! At singulos ætatis humanæ gradus, diversosque corporis nostri status paulo attentius contemplemur. In puerili ætate partes sunt tenellæ, viscosæ, aqua abundant, infinitisque canaliculis perforatæ, quos quidem canaliculos in ossibus, membranis, cartilaginibus, vasorum tunicis, tendinibus & in cute ipsa demonstrant injectiones anatomicæ. Hinc fit ut vis quæ in corpore animali motus principium est, quæcumque sit vis illa, mollio-

res partes facilius extendat. Progressu temporis robustiores fiunt partes atque confirmantur, in adulta scilicet ætate; atque id tandiu fit, donec tandem extendendis solidis haud amplius satis sint cordis vires. Attamen facile adhuc flexibilis manet *cellularis* textura, multis in locis pinguedinem sanguinemque admittit; hinc pinguiores fiunt adulti ad certum usque tempus, nec tamen crescunt. Provecta ætate textura cellularis fit crassior, rigescunt senum ossa, cartilagines in ossa convertuntur, vasa excretoria comprimuntur, minima orificia clauduntur, secretiones minuuntur, sanguis exsiccatur, & in singulis corporis partibus terrestrem veluti humorem deponit. Hinc partes omnes duriores observantur, hinc crustæ osseæ in ipsis arteriis, in ossium superficie & maxime in vertebris deprehenduntur. His gradibus ad senectutem mortemque ipsam pergimus. Solvitur tandem fragilis hæc corporis nostri machina iterum reparanda & ad meliorem æternamque vitam revocanda.

II. *Resurrectio mortuorum*, inquit S. Augustinus serm. 150. *præcipua fides Christianorum:* Et quidem, *statutum est hominibus semel mori, post hoc autem judicium*: ait S. Paul. ad Hebr. 9. Itaque cum increduli quidam impiique homines, ex iis quæ num. præced. diximus, plurima objiciant resurrectionis dogmati contraria, hinc officii nostri partes esse duximus sanctum illud religionis decretum spei timorisque plenum a cavillationibus vindicare. Quomodo, inquiunt, eæ corporis particulæ, quæ per insensibilem transpirationem assidue evanescunt, in idem corpus iterum coalescent? Illæ eædem particulæ in a-

lia

lia corpora, in aliorum hominum substantiam transeunt; objectioni vim addere conantur, fingendo hominum corpora ab animalibus carnivoris vel antropophagis hominibus absorpta. Qua ratione fieri poterit, ut unusquisque carnem suam repetat atque revocet? cum unius hominis caro in carnem alterius transmigraverit? Porro quamvis *corporum resurrectio solius divinæ potestatis opus sit, cujus causas & rationem temere quis investigaret*, ait Athenagoras de mortuorum resurrectione, everti tamen debent argumenta quibus fidem nostram oppugnare conantur religionis hostes. Igitur quamvis corporis nostri materia per insensibilem transpirationem avolaverit & in belluæ carnivoræ aut barbari hominis substantiam transiverit, Deus eamdem discernet & corpori cujus erit, restituet. Particulæ omnes, quæ ab ortu ad mortem usque corpus nostrum per diversas ætates compegerunt, nobiscum non resurgent; tunc enim enormis magnitudinis monstra excitaremur. Deus eam nobis restituet quam ipse decrevit, magnitudinem, de qua quidem magnitudine nihil fides docet. Nihil autem a ratione alienum est, imo ratio ipsa demonstrat Deum omnipotentem dispersas materiæ particulas quæ uniuscujusque hominis substantiam per totum vitæ decursum componebant, colligere & eligere posse, atque in eam quam jubet, magnitudinem revocare: *ita modificabitur illa in unoquoque materies, ut nec aliquid ex ea pereat, & quod alicui defuerit, ille suppleat, qui etiam de nihilo potuit, quod voluit operari*. Ut ait S. Augustinus in Encheridio cap. 90. Quamvis ergo mortuorum resurrectio & omnes quæ ad

eam pertinent, mutationes *divinæ sint potestatis opus*, altissimumque mysterium, id tamen rationi minime contrarium est; & certa fide tenendum, omnes homines in propria carne resurrecturos, ante divini judicis tribunal constituendos, ut probi donentur præmio, improbi autem supplicio mancipentur.

III. Quamvis in adorando Eucharistiæ Sacramento potentiæ, amoris & benevolentiæ thesauros effuderit & explicaverit Christus Dominus, non desunt tamen ingratissimi impiissimique homines, qui ad oppugnandum illud divinæ bonitatis mysterium, in disputationibus philosophicis de corporum natura ineptissimas cavillationes quærunt & audacissime jactitant. Cavendum quidem est, ne sacrosancta religionis mysteria curiosius scrutari atque explicare præsumant Philosophi; si enim opinio aliqua aut theologica aut philosophica mysterii rationem ita afferat ut nullum fidei locum relinquat, hæc statim rejicienda est atque detestanda. At omnes ingenii sui vires intendere debent religiosi verique Philosophi, ut sanctissima fidei dogmata ab impiorum hominum conatibus defendant, eaque supra rationem esse, non tamen rationi contraria, ostendant. Quatuor sunt argumenta philosophica quæ Novatores maxime jactare solent. 1. *Corpus Christi simul esse in pluribus locis*. 2. *Corpus Christi veras non habere corporis proprietates, non esse quantum, locum non occupare*; 3. *Accidentia panis & vini remanere post factam consecrationem sine subjecto*; 4. *Accidentia illa habere omnes proprietates substantiæ*. Ex illis objectionibus duæ pertinent ad corpus Christi, duæ

duæ aliæ ad accidentia; quæ quidem omnes ex dictis de corporis natura facile refelluntur. Quod duas priores objectiones spectat, patet, rationi contrarium non esse illum existendi modum quo Christum in Eucharistia existere certa fide docemur. Etenim de ipsa corporis essentia non consentiunt inter se Philosophi; imo plurimi apud ipsos Novatores cultissimi doctissimique Physici extensionem & impenetrabilitatem ad corporis essentiam non pertinere, sine ulla dubitatione affirmant; in qua quidem sententia duæ priores objectiones evanescunt. Certissimum omnino est corpus Christi in Eucharistia suam habere *quantitatem*; nempe partes revera sunt diversæ & extra se invicem; alioqui non esset corpus humanum. At quantitas illla quam habet corpus Christi in Eucharistia, dicit quidem extensionem partium *in ordine ad se*, seu per eam quantitatem fit, ut pars sit extra aliam partem; sed non dicit extensionem *in ordine ad locum*, hoc est, per eam non fit, ut pars occupet locum. Igitur corpus Christi in Eucharistia nec *definitive*, nec *circumscriptive* continetur; non quidem definive; nam corpus Christi contineri definitive sub *speciebus*, est ita sub illis existere, ut non sit alibi, quod repugnat fidei, quæ docet, Christum esse in cœlis & in hostiis consecratis. Neque continetur circumscriptive; nam contineri circumscriptive est respondere variis spatii partibus; at corpus Christi non respondet variis spatii partibus, cum non habeat extensionem impenetrabilem. Ille quidem existendi modus nullum in rebus creatis exemplum habet, & miraculis plenus est, ac proinde merito vocatur *sacramentalis*,

seu

seu modus, qui soli Sacramento conveniat. At modum illum existendi absurdum non esse & divinæ omnipotentiæ ac rationi non repugnare, patet ex iis quæ de extensione, impenetrabilitate, loco & spatio, fuse disseruimus.

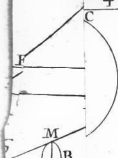
Quod spectat *accidentia*: accidentium nomine intelligunt panis & vini qualitates, *colorem*, *quantitatem*, *saporem*. Eæ autem qualitates remanent in Eucharistia, iis afficiuntur sensus nostri, facta consecratione. Qualitates illæ a Concilio Lateran. IV. vocantur: *Panis & vini species*: a Concilio Constantiensi dicuntur: *accidentia panis & vini*; Concilium Tridentinum Lateranensis Concilii phrasim retinuit. Observandum est, duplicem a Peripateticis distingui *quantitatem*, aliam *internam*, *externam* aliam: primam dicunt partes *entitativas* & *substantiales*, quæ ita sunt de essentia corporis, ut iis sublatis destruatur corpus. Hæc quantitas corpus extendit in ordine ad se, hoc est, partes entitivas alias extra alias ita constituit, ut entitas partis unius tota sit extra entitatem partis alterius, & tamen omnes in eodem loco reperiantur. Quantitas externa nihil est aliud quam extensio sensibilis quæ partes jam extensas in ordine ad se, extendit in ordine ad locum. Hæc Peripateticorum opinio aliqua ex parte convenit cum hypothesi Leibnitiana, quæ corporum partes ab ipsa extensione distinguit, sed extensionem sensibilem velut merum phænomenon, non tanquam aliquid substantiale aut accidens absolutum admittit. De fide est, accidentia remanere sine subjecto *substantiali* panis & vini; at de fide non est ea non habere subjectum.

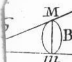
jectum aliquod accidentale. Accidentia manere ajunt plerique Theologi in panis & vini quantitate, *externa* scilicet, quæ remanet in Eucharistia consecrata, & quantitatem illam aliasque sensibiles qualitates *accidentia absoluta* appellant, eo quod sine ullo subjecto maneant. Novam opinionem excogitavit, aut saltem maxime illustravit atque amplificavit Magnanus noster. Species sensibiles, quas *intentionales* vocat, non aliud esse docet, quam actionem ipsam objectorum in sensus. Cum autem in Eucharistia non supersit panis substantia, in sensus illa agere non potest; sed Deus per seipsum soloque imperio supplet actionem substantiæ panis, facta in sensibus nostris eadem *modificatione* sive impressione, quam panis ante consecrationem producebat. Unum hic diligenter monere oportet, Concilia Lateranense, Florentinum & Tridentinum *accidentium* nomen non usurpasse, sed *specierum*. Quæ cum ita sint, catholica fide certum ac definitum non est accidentia absoluta ad fidem pertinere; sed hoc certissime tenendum est, totam panis & vini substantiam converti seu transmutari in corpus & sanguinem Christi; species vero seu accidentia remanere fidei auctoritate & sensuum judicio indubitatum est. Verum quid sint & in quo consistant species illæ, Ecclesia non pronuntiavit. Quamobrem dum Synodus Constantiensis damnavit hanc Wicleffi propositionem: *In Eucharistia non manent accidentia sine subjecto*; censent Theologi censuram non cadere in accidentia, sed in accidentium subjectum, scilicet in substantiam panis & vini quam superesse dicebat Wicleffus. Quod autem nutritionem spe-

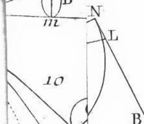
ctat;

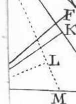
ftat; responderi solet, vel Deum aliam substituere materiam, qua corpora nutriantur, vel per se corpora nostra sustentare; qui enim corpora ex nihilo produxit, potest haud dubie illa sustentare ac nutrire. Itaque ex his omnibus concludere licet, sacrosanctum Eucharistiæ mysterium incomprensibile quidem esse & ineffabile, non tamen a divina omnipotentia & ratione alienum. Quare hanc appendicem absolvemus Concilii Tridentini verbis sess. 13. cap. 1. ubi sermo est de ratione, qua Christus est in Eucharistia: *Etsi cum verbis exprimere vix possimus, possibilem tamen esse Deo, nosque cogitatione per fidem illustrata assequi eam posse & constantissime credere debere*: quæ quidem verba non de hoc Sacramento tantum, sed de aliis omnibus fidei nostræ mysteriis sancte tenenda sunt.

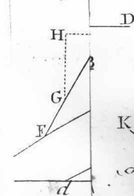
F I N I S.

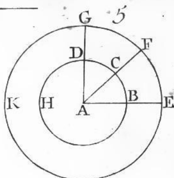

1
C
F

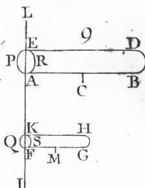

M
B
m

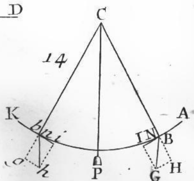

N
L
10
B

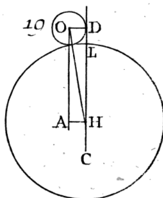

F
K
L
M

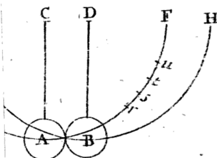

D
H
B
G
F
d


4.
G
5
D
F
C
K
H
A
B
E


L
E
9
D
P
R
A
C
B
K
H
Q
S
F
M
G
I


C
14
K
A
b n i
I N
B
g
h
P
G
H


10
O
D
L
A
H
C
F


21.
C
D
F
H
u
t
s
r
A
B

26

M
A
f
D
S
N

